

**2**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ  
И АНАЛИЗ ДАННЫХ**

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

**MODELLING  
AND DATA ANALYSIS**

SCIENTIFIC JOURNAL

**2020**

ISSN: 2219-3758  
ISSN: 2311-9454 (ONLINE)

# **МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ДАННЫХ**

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

**2020 • Том. 10 • № 2**

# **MODELLING AND DATA ANALYSIS**

SCIENTIFIC JOURNAL

**2020 • Vol. 10 • № 2**



Московский государственный  
психолого-педагогический университет  
Moscow State University  
of Psychology & Education

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

**Главный редактор** – Л.С. Куравский

**Заместители главного редактора** – С.Д. Кулик, А.В. Пантелеев

**Члены редакционной коллегии** – К.К. Абгарян, Г.Г. Амосов, М.В. Воронов, Е.Л. Григоренко (США), В.К. Захаров, А.И. Кибзун, Л.М. Либкин (Великобритания), В.Р. Милов, А.В. Наумов, Д.Л. Ревизников, Х. Холлинг (Германия), Д. Фрэнсис (США), К.В. Хорошенко (Великобритания), Г.А. Юрьев

## РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

**Председатель редакционного совета** – Г.Г. Амосов

**Члены редакционного совета** – В.А. Барабанщиков, П. Бентлер (США), А.В. Горбатов, Л.С. Куравский, Л.М. Либкин (Великобритания), А.А. Марголис, В.В. Рубцов, Д.В. Ушаков, Д. Фрэнсис (США)

**Ответственный секретарь** – Н.Е. Юрьева

Издаётся с 2011 года

Учредитель

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Московский государственный психолого-педагогический университет»

Адрес редколлегии:

г. Москва, ул. Сретенка, 29, факультет информационных технологий

Тел.: +7 (499) 167-66-74

E-mail: mad.mgppu@gmail.com

Журнал зарегистрирован в Государственном комитете РФ по печати.

Свидетельство о регистрации средств массовой информации

ПИ № ФС77-52058 от 7 декабря 2012 года

**ISSN: 2219-3758**

**ISSN: 2311-9454 (online)**

© ФГБОУ ВО «Московский государственный психолого-педагогический университет», 2020.  
Все права защищены. Любая часть этого издания не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения редакционной коллегии. Правила оформления рукописей, направляемых в редакцию журнала, высылаются по запросу по электронной почте.





## ◇◇МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ◇◇

УДК 001.891.573

### Оптимальное управление в математической модели военного подчинительного взаимодействия двух государств

**Захаров В.К.\***

Московский государственный университет  
имени М.В. Ломоносова (МГУ им. Ломоносова),  
г. Москва, Российская Федерация  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5492-7317>  
e-mail: [zakharov\\_valeriy@list.ru](mailto:zakharov_valeriy@list.ru)

**Давыдов А.В.\*\***

Московский государственный университет  
имени М.В. Ломоносова (МГУ им. Ломоносова),  
г. Москва, Российская Федерация  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4949-4171>  
e-mail: [esse101@yandex.ru](mailto:esse101@yandex.ru)

На основе созданной ранее первым автором оптимизационной математической модели военного подчинительного взаимодействия двух государств решается задача нахождения оптимального управления в простейшем классе постоянных управлений.

**Ключевые слова:** оптимизационная математическая модель государства, оптимизационная математическая модель военного нападательного взаимодействия двух государств, целевой функционал, оптимальное решение.

**Для цитаты:**

*Захаров В.К., Давыдов А.В.* Оптимальное управление в математической модели военного подчинительного взаимодействия двух государств // Моделирование и анализ данных. 2020. Том 10. № 2. С. 5–24. DOI:10.17759/mda.2020100201

\***Захаров Валерий Константинович**, д.ф.-м.н., профессор кафедры математического анализа Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация. Автор научных публикаций по концептуальным и математическим моделям государства и его учреждений. Лауреат Ломоносовской премии. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5492-7317>, e-mail: [zakharov\\_valeriy@list.ru](mailto:zakharov_valeriy@list.ru)

\*\***Давыдов Александр Вадимович**, аспирант кафедры математического анализа Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4949-4171>, e-mail: [esse101@yandex.ru](mailto:esse101@yandex.ru)



## 1. ВВЕДЕНИЕ

Интерес к созданию математической модели войны возник у первого автора после выхода в свет известной книги [1] под редакцией академика Н.Н. Моисеева, посвящённой **имитационному** моделированию Пелопонесской войны.

Однако для создания **общей оптимизационной** модели войны между государствами потребовалось сначала создать *общую математическую оптимизационную модель государства в широком смысле (т.е. как государства-страны)*. Такая модель была построена и развита автором в статьях [2, 4, 5] и книгах [3, С. 153–168], [6, С. 330–353], [7, С. 393–399]. Математическое исследование этой модели на существование оптимального управления было проведено Кузенковым О.А. в статьях [2, 4, 5].

Продвижение же к построению на этой основе *общей математической оптимизационной модели взаимодействия нескольких государств* наступило только в 2019 году, когда удалось математически формализовать **мирное и военное подчинительные взаимодействия двух государств** [8–13]. Именно эти виды взаимодействия оказались наиболее заметными в истории 20 и 21 веков.

Цель и мирного, и военного подчинительного взаимодействия одна и та же. Это – **достижение наибольшего расхождения** совокупных достояний взаимодействующих государств к концу некоторого промежутка времени **в пользу одного из них**. Однако способы управления при этих взаимодействиях могут качественно отличаться друг от друга.

В первой части статьи излагаются все подготовительные сведения, необходимые для математической формализации деятельности государства. На основе этого во второй части статьи описывается математическая модель **военного наступательного взаимодействия двух государств при одностороннем управлении со стороны нападающего государства**, оптимально-подчинительного **в его пользу**. Для этой модели решается задача нахождения оптимального управления в простейшем классе постоянных управлений. Приводятся графики полученных решений для двух разных числовых сценариев.

## 2. ОПТИМИЗАЦИОННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОДНОГО ГОСУДАРСТВА

Для того, чтобы сделать статью замкнутой в себе, приведём основные сведения из статей [2, 4, 5].

### УСТРОЙСТВО И ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ГОСУДАРСТВА

Каждое государство *является сложным трёхуровневым системным обществом*, устроенным в виде совокупности **основных (под)систем**, связанных друг с другом в единую систему и зависящих друг от друга так, что без каждой из этих систем государство существовать не может. **Основными системами государства** являются: *содержательная, учётная, обеспечительная, совокупная распорядительная и верховная системы*.



**Содержательная система С** осуществляет *метааграрный (добывающий), индустриальный (производящий) и сервисный (обслуживающий) способы жизнедеятельности*. **Обеспечительная система D** обеспечивает порядок, охрану, законность, нравственность и пр. **Учётная система E** осуществляет производство, сбор, хранение и раздачу денег, статистических сведений и т.п. **Распорядительные системы F, G и H** ведают (управляют) деятельностью содержательной, учётной и обеспечительной систем, соответственно. Поэтому их можно именовать *содержательно-распорядительной, обеспечительно-распорядительной и учётно-распорядительной системами*, соответственно. Они образуют *совокупную распорядительную систему*. **Верховная (управляющая) система P** управляет деятельностью совокупной распорядительной системы.

Государство является открытой системой с тремя частями бытийной среды, называемыми *природной средой  $A_1$ , зарубежной надприродной средой  $A_2$  и своей теневой средой  $A_3$* . Они обобщённо именуются *средами государства*.

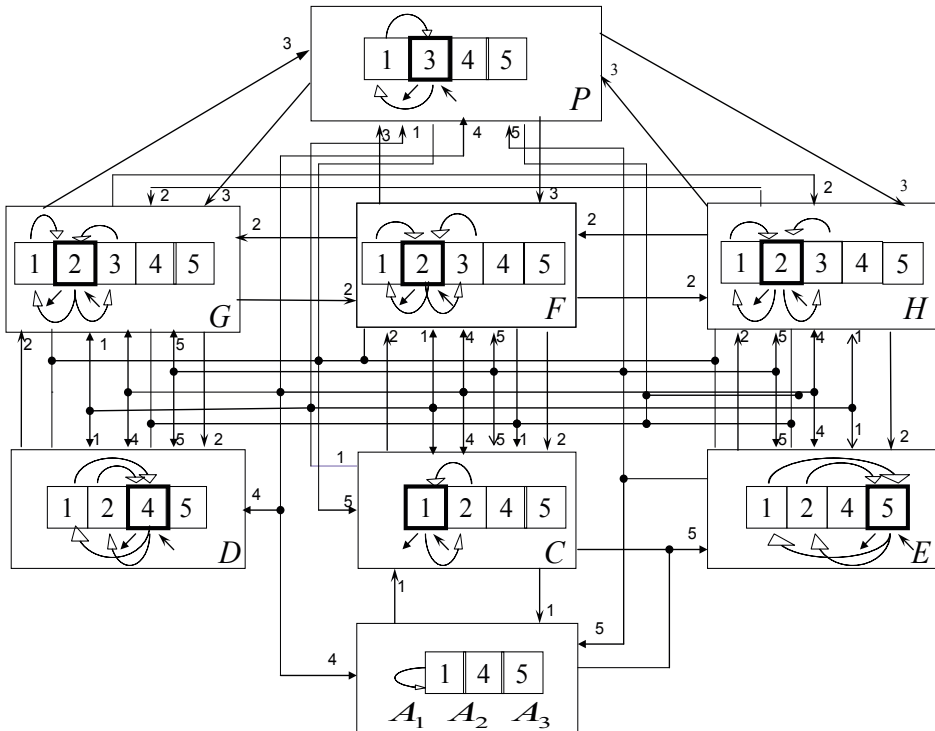


Рис. 1. Схема систем, достояний и потоков государства

Любая мысленно отмеченная часть государства и его внутренней природной среды называется *достоянием государства*. Используемые государством и производимые им достояния (и в частности, состояния) располагаются в *учреждениях* государства и в его средах. Все эти достояния подразделяются на следующие *виды*:





*содержательное* (код 1), *распорядительное* (код 2), *верховное* (код 3), *обеспечительное* (код 4), *учётное* (код 5). Объединения этих достояний по всем учреждениям основной системы дают *достояния основной системы*, а объединения по всем учреждениям государства дают *достояния государства*. Объединение всех достояний государства по всем видам достояний даёт *совокупное достояние государства*.

Каждая основная система производит достояние **своего вида**. При производстве соответствующего достояния каждая система использует некоторые из имеющихся в ней достояний. Все основные системы связаны между собой потоками производимых достояний. Содержательная, учётная и обеспечительная системы получают из сред государства и отдают в эти среды соответствующие достояния.

Изображение основных систем государства и имеющихся в нём достояний и потоков дано ниже на рисунке 1.

### **Понятие реальной стоимости надприродных достояний**

Далее рассматриваются достояния единиц и систем государства на основном закреплённом промежутке времени  $[t_0, T]$ .

Достояние в государстве будем называть *надприродным на промежутке времени*  $[t_0, T]$ , если оно является либо произведённым в государстве, либо изведённым в государстве, либо пришедшим в государство из его сред  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$ , либо ушедшим из государства в эти среды, либо переданным в государстве, либо преобразованным в государстве на этом временном промежутке.

Определение реальной стоимости надприродных достояний даётся в алгоритмической форме, т.е. разбивается на ряд шагов, последовательное применение которых приводит к определению реальной стоимости всё более широкого круга надприродных достояний.

В качестве исходных пунктов принимаются следующие положения.

*Реальная стоимость (внутри) государственных денег* полностью задаётся их номиналом.

Будем также считать, что *реальная стоимость содержательного достояния до его прихода в содержательную систему из сред  $A_1$  и  $A_2$  на указанном промежутке времени*, задаётся напрямую верховной и распорядительной системами как количество денег, сопоставленных этими системами этому достоянию на этом временном промежутке посредством налогов, тарифов, валютных обменных курсов и пр.

Наконец, будем считать, что *реальная стоимость изнашивающегося или устаревающего достояния на указанном промежутке времени* определяется, исходя из его первоначальной реальной стоимости по правилам, установленным верховной и распорядительной системами.

Далее алгоритм определения реальной стоимости остальных надприродных достояний выстраивается следующим образом.

Совокупность всех единиц государства назовём *внутренней государственной средой*. Более широкую совокупность, полученную присоединением к внутренней государственной среде внешних единиц  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$ , назовём *полной государственной средой*. Ещё более широкую совокупность, полученную присоединением к полной



государственной среде *мнимой единицы*  $\infty$ , назовём *расширенной государственной средой*. Использование этих дополнительных единиц позволяет ввести понятие реальной стоимости единым образом, охватывающим все необходимые случаи.

Из рассмотрения всех перечисленных выше случаев «движения» надприродных достояний на промежутке времени  $T$  следует, что при этом происходит либо перемещение достояния из одной единицы расширенной государственной среды в другую единицу расширенной государственной среды (где в качестве единиц могут выступать единицы государства, внешние единицы  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$ , а также мнимая единица  $\infty$ ), либо преобразование достояния из одного вида в другой вид внутри одной государственной единицы. Эти виды «движения» достояний существенно отличаются друг от друга тем, что перемещение неразрывно связано с денежным сопровождением, а преобразование не связано с ним<sup>□</sup>, поскольку лишь сопутствует перемещению. Поэтому правомерно принять следующие определения.

*Реальная стоимость в момент  $t$  достояния  $X$* , перемещённого из одной единицы расширенной государственной среды  $u$  в другую единицу расширенной государственной среды  $v$  до момента  $t$ , равняется сумме из четырёх слагаемых (некоторые из которых могут в частных случаях отсутствовать):

- 1) реальная стоимость достояния  $X$  в некоторый момент времени до момента перемещения достояния  $X$  в единицу  $v$  (если эта стоимость могла быть установлена независимо от возможного будущего перемещения),
- 2) **плюс** количество не заёмных государственных денег, пришедших в единицу  $u$  из всех (отличных от  $u$  и  $v$ ) единиц  $w$  полной государственной среды за время до момента  $t$  для того, чтобы достояние  $X$  до момента  $t$  оказалось в единице  $v$  (слагаемое отсутствует при  $v=\infty$ ),
- 3) **минус** количество государственных денег, ушедших из единицы  $u$  во все (отличные от  $u$ ) единицы  $w$  расширенной государственной среды за время до момента  $t$  для того, чтобы достояние  $X$  до момента  $t$  оказалось в единице  $v$  (слагаемое отсутствует при  $v=\infty$ ),
- 4) **плюс** количество государственных денег, ушедших из единицы  $v$  во все (отличные от  $v$ ) единицы  $w$  расширенной государственной среды за время до момента  $t$  для того, чтобы достояние  $X$  до момента  $t$  оказалось в единице  $v$ .

Отметим, что если  $u$  или  $v$  являются мнимыми единицами, то перемещение достояния тоже является *мнимым*.

*Реальная стоимость в момент  $t$  достояния  $X$* , преобразованного (переведённого) до момента  $t$  из одного вида в другой вид внутри единицы  $u$  после перемещения достояния  $X$  в единицу  $u$ , равняется реальной стоимости в момент  $t$  достояния  $X$ , перемещённого в единицу  $u$ .

*Реальная стоимость в момент  $t$  достояния  $X$* , преобразованного (переведённого) из одного вида в другой вид внутри единицы  $u$  для последующего перемещения достояния  $X$  из единицы  $u$  до момента  $t$ , равняется реальной стоимости в момент  $t$  достояния  $X$ , перемещённого из единицы  $u$ .



Подводя итог, можно сказать, что реальная стоимость есть денежная мера значимости надприродных достояний для всех единиц государства.

### Общее определение оценённых достояний и потоков достояний на основе реальной стоимости

Совокупность (**вмещение**) всех конкретных (надприродных) достояний  $X$  вида  $m$  в системе  $M$  в момент времени  $t$  обозначим через  $V_M^m(t)$ , а совокупность всех конкретных достояний всех видов  $m=1,2,3,4,5$  во всех системах  $M=C,D,E,F,G,H,P$  обозначим через  $V(t)$ . Рассмотрим *полную совокупность*  $V(T)$  всех конкретных достояний  $X$ , принадлежащих всем совокупностям  $V(t)$  для всех  $t$  из основного промежутка  $[t_0, T]$ .

Вмещение  $V_M^m(t)$  системы  $M$  является **булевым** в том смысле, что с достояниями системы  $M$  вида  $m$  можно совершать действия, относительно которых совокупность  $V_M^m(t)$  является булевой решёткой с операциями объединения, пересечения и относительного дополнения для членов вмещения.

Пусть  $c_M^m(t)X$  обозначает реальную стоимость конкретного достояния  $X$  из вмещения  $V_M^m(t)$  в момент времени  $t$ . Общее **реально-стоимостное оценивание**  $c_M^m(t)$  на булевском вмещении  $V_M^m(t)$  является **булевым** в том смысле, что оно представляет собой вещественно-числовую ограниченную и конечно аддитивную функцию относительно указанных операций. Коллекцию  $c_M^m = (c_M^m(t) : V_M^m(t) \rightarrow R \mid t \in [t_0, T])$  таких оцениваний для всех моментов времени  $t$  из промежутка  $[t_0, T]$  будем называть **булевым оцениванием вмещений вида  $m$  системы  $M$  на промежутке времени  $[t_0, T]$** .

Число  $W_M^m(t)$ , равное супремуму чисел  $c_M^m(t)X$  по всем конкретным достояниям  $X$  из совокупности  $V_M^m(t)$ , назовём **оценённым совокупным достоянием вида  $m$  системы  $M$  в момент времени  $t$** .

Совокупность  $R_{MN}^{mn}(t - \Delta t, t + \Delta t)$ , состоящую из всех конкретных достояний  $X$  из полной совокупности  $V(T)$ , таких, что  $X$  входит в совокупность  $V_M^m(t - \Delta t)$ , и  $X$  не входит в совокупность  $V_N^n(t - \Delta t)$ , и  $X$  не входит в совокупность  $V_M^m(t + \Delta t)$ , и  $X$  входит в совокупность  $V_N^n(t + \Delta t)$ , назовём **потоком на промежутке времени от  $t - \Delta t$  до  $t + \Delta t$  из совокупности конкретных достояний вида  $m$  системы  $M$  в совокупность конкретных достояний вида  $n$  системы  $N$** .

Выделим особенный мысленный предмет  $\infty$ , называемый **мнимой средой**. Будем предполагать, что мнимая среда  $\infty$  содержит любые достояния в любой момент времени. Для того чтобы избежать использования петлеобразных потоков, мы будем использовать мнимую среду  $\infty$ . Это даёт возможность вместо одного петлеобразного потока, который одновременно является и **выходящим** из данной системы, и **входящим** в эту систему (что составляет непреодолимое препятствие при составлении эволюционных уравнений для данной системы (см. далее)), рассмотреть два (**мнимо**) **передаточных потока**: **изводный поток**  $R_{M\infty}^{m\infty}(t - \Delta t, t + \Delta t)$  и **производный поток**  $R_{\infty M}^{m\infty}(t - \Delta t, t + \Delta t)$ . Это позволяет изведение и произведение достояний в системе рассматривать как частные виды передачи достояний между разными системами.

Оценивания  $c_M^m$  и  $c_N^n$  являются **согласованными для любого передаточного потока**  $R_{MN}^{mn}(t - \Delta t, t + \Delta t)$  в том смысле, что для любого достояния  $X$  такого, что  $X$  входит в совокупность  $V_M^m(t - \Delta t)$  и входит в совокупность  $V_N^n(t + \Delta t)$ , выполнено равен-



ство  $c_M^m(t - \Delta t)X = c_N^n(t + \Delta t)X$ . Будем считать, что мнимые оценивания для мнимо передаточных (изводных и производных) потоков всегда являются согласованными.

Поэтому мы можем рассмотреть число  $S_{MN}^{mn}(t - \Delta t, t + \Delta t)$ , равное супремуму чисел  $c_M^m(t - \Delta t)X = c_N^n(t + \Delta t)X$  по всем конкретным достояниям  $X$  из потока  $R_{MN}^{mn}(t - \Delta t, t + \Delta t)$ . Назовём его *оценённым потоком на промежутке времени от  $t - \Delta t$  до  $t + \Delta t$  из вмещения вида  $m$  системы  $M$  во вмещение вида  $n$  системы  $N$* . Подобным образом определяются *оценённые потоки*  $S_{M\infty}^{mn}(t - \Delta t, t + \Delta t)$  и  $S_{\infty M}^{mn}(t - \Delta t, t + \Delta t)$ .

Число  $S_{MN}^{mn}(t) = \lim(S_{MN}^{mn}(t - \Delta t, t + \Delta t) / 2\Delta t \mid \Delta t \rightarrow 0)$ , равное пределу при  $\Delta t$ , стремящемся к нулю, от оценённого промежуточного потока  $S_{MN}^{mn}(t - \Delta t, t + \Delta t)$ , делённого на число  $2\Delta t$ , назовём *оценённым потоком в момент времени  $t$  из совокупности конкретных достояний вида  $m$  системы  $M$  в совокупность конкретных достояний вида  $n$  системы  $N$* . Подобным образом определяются *оценённый изводный поток*  $S_{M\infty}^{mm}(t)$  и *оценённый производный поток*  $S_{\infty M}^{mm}(t)$ .

Далее слова «совокупный» и «оценённый» и указание на момент времени  $t$  будем в основном опускать.

Напомним, что число  $\dot{W}_M^m(t) = \lim((W_M^m(t + \Delta t) - W_M^m(t - \Delta t)) / 2\Delta t \mid \Delta t \rightarrow 0)$ , равное пределу при  $\Delta t$ , стремящемся к нулю, от разности  $W_M^m(t + \Delta t) - W_M^m(t - \Delta t)$  (оценённых) совокупных достояний в моменты времени  $t - \Delta t$  и  $t + \Delta t$ , делённой на число  $2\Delta t$ , называется *скоростью изменения (оценённого) совокупного достояния вида  $m$  системы  $M$  в момент времени  $t$* .

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГОСУДАРСТВА

Поток  $S_{LM}^{lm}(t)$  назовём *входящим в систему  $M$* , поток  $S_{MN}^{mn}(t)$  назовём *выходящим из системы  $M$* , а потоки  $S_{MM}^{lm}(t)$  и  $S_{MM}^{mn}(t)$  назовём *преобразовательными* (они являются и входящими, и выходящими одновременно).

**Система эволюционных уравнений государства** составляется по следующему **принципу сохранения**: скорость изменения оценённого совокупного вмещения какого-либо вида в какой-либо основной системе в момент времени  $t$  равна сумме всех входящих оценённых потоков этого вмещения в эту систему в момент времени  $t$  минус сумма всех выходящих оценённых потоков этого вмещения из этой системы в момент времени  $t$ .

В указанных выше публикациях автора математическая модель государства  $S$  была описана посредством следующей **упрощённой системы уравнений государства при базисном использовании ссудного дохода**:

$$1) \quad \dot{W}_C^1 = L_{EC}^{55} - (p_1 B_{ED}^{55} + p_2 B_{EE}^{55} + p_3 B_{EF}^{55} + p_4 B_{EG}^{55} + p_5 B_{EH}^{55} + p_6 B_{EP}^{55}) - e_0 W_C^1,$$

где

$$L_{EC}^{55} = aW_C^1(K - W_C^1) / (c + dr + (B_{EC_b}^{55} + B_{ED}^{55} + B_{EE}^{55} + B_{EF}^{55} + B_{EG}^{55} + B_{EH}^{55} + B_{EP}^{55})).$$

$$2) \quad \dot{W}_D^4 = B_{ED}^{55} - e_1 W_D^4$$

$$3) \quad \dot{W}_E^5 = B_{EE}^{55} - e_2 W_E^5$$



$$4) \quad \dot{W}_F^2 = B_{EF}^{55} - e_3 W_F^2$$

$$5) \quad \dot{W}_G^2 = B_{EG}^{55} - e_4 W_G^2$$

$$6) \quad \dot{W}_H^2 = B_{EH}^{55} - e_5 W_H^2$$

$$7) \quad \dot{W}_P^3 = B_{EP}^{55} - e_6 W_P^3.$$

Здесь  $K > 0$ ,  $a$ ,  $c$ ,  $d > 0$ ,  $0 < e_i < 1$ ,  $0 < p_i < 1$ ,  $r$  – ключевая ставка эмиссионного центра государства,  $C_b$  – бюджетная подсистема содержательной системы, а  $B_{EC_b}^{55}$ ,  $B_{ED}^{55}$ ,  $B_{EE}^{55}$ ,  $B_{EF}^{55}$ ,  $B_{EG}^{55}$ ,  $B_{EH}^{55}$ ,  $B_{EP}^{55}$  – бюджетные потоки из учётной системы во все указанные системы государства  $S$ .

Рассмотрим совокупность  $\sigma$  всех  $S$ -внутренних управлений  $r$ ,  $B_{EC_b}^{55}$ ,  $B_{ED}^{55}$ ,  $B_{EE}^{55}$ ,  $B_{EF}^{55}$ ,  $B_{EG}^{55}$ ,  $B_{EH}^{55}$ ,  $B_{EP}^{55}$ , заданных как функции от момента времени  $t$  на промежутке времени  $[t_0, T]$ .

Верховная система государства должна решать **оптимизационную задачу** на выбор оптимизирующих  $S$ -внутренних управлений в системе исходных уравнений для государства  $S$  в соответствии с поставленными целями на временном промежутке  $[t_0, T]$ . При этом оптимизирующие управления должны быть ограничены как снизу, так и сверху следующими числовыми неравенствами:

$$r_0 \leq r \leq r_1, \quad (B_{DM}^{55})_0 \leq B_{DM}^{55} \leq (B_{DM}^{55})_1 \quad \text{для } M=C_b, D, E, F, G, H, P.$$

Одной из возможных оптимизационных задач может быть следующая задача.

Рассмотрим *совокупное достояние*  $W_S(T, \sigma) = (W_C^1 + W_D^4 + W_E^5 + W_F^2 + W_G^2 + W_H^2 + W_P^3)(T)$  государства  $S$  в момент времени  $T$  при управлении  $\sigma$  на промежутке времени  $[t_0, T]$ . Рассмотрим *начальное совокупное достояние*  $W_S(t_0) = (W_C^1 + W_D^4 + W_E^5 + W_F^2 + W_G^2 + W_H^2 + W_P^3)(t_0)$  государства  $S$  в момент времени  $t_0$ .

Рассмотрим возможный *целевой функционал*  $\Phi(T, \sigma) = W_S(T, \sigma) - W_S(t_0)$  **прироста** совокупного достояния государства  $S$  к моменту времени  $T$  при управлении  $\sigma$  относительно его *начального совокупного достояния* в момент времени  $t_0$ .

Деятельность государства  $S$  при управлении  $\sigma$  в системе исходных уравнений для государства  $S$  обозначим через  $A(S, \sigma)$ .

Деятельность  $A(S, \sigma^*)$  государства  $S$  называется **оптимальной** на промежутке времени  $[t_0, T]$  относительно выбранного целевого функционала  $\Phi(T, \sigma)$ , если для любой другой деятельности  $A(S, \sigma)$  государства  $S$  выполнено неравенство  $\Phi(T, \sigma^*) \geq \Phi(T, \sigma)$ . Задачу нахождение оптимальной деятельности  $A(S, \sigma^*)$  государства  $S$  записать в виде  $\Phi(T, \sigma) \rightarrow \max$ .

В статьях [4, 5] было найдено оптимальное решение последней системы при следующих числовых данных:  $T=100$ ,  $K=300$ ,  $d=20$ ,  $a=0,0005$ ,  $c=1$ ,  $p_1=0,3$ ,  $p_2=0,6$ ,  $p_3=p_4=p_5=0,2$ ,  $p_6=0,7$ ,  $e_0=0,015$ ,  $e_1=0,02$ ,  $e_2=0,005$ ,  $e_3=e_4=e_5=0,005$ ,  $e_6=0,01$ ,  $r_0=0,001$ ,  $r_1=1$ ,  $(B_{EC_b}^{55})_0 = 0$ ,  $(B_{EC_b}^{55})_1 = 0,5$ ,  $(B_{EM}^{55})_0 = 0,1$ ,  $(B_{EM}^{55})_1 = 0,2$  для  $M=D, E, F, G, H, P$ .

**Оптимальным** оказалось постоянное управление  $u^*(t)=r_0=0,001$ ,  $v^*(t) = (B_{EC_b}^{55})_0 = 0$ ,  $w_1^*(t) = (B_{ED}^{55})_1 = 0,2$ ,  $w_2^*(t) = (B_{EE}^{55})_1 = 0,2$ ,  $w_3^*(t) = (B_{EF}^{55})_1 = 0,2$ ,  $w_4^*(t) = (B_{EG}^{55})_1 = 0,2$ ,  $w_5^*(t) = (B_{EH}^{55})_1 = 0,2$ ,  $w_6^*(t) = (B_{EP}^{55})_1 = 0,2$  при  $0 \leq t \leq 100$ . При этом управлении значение целевого функционала  $\Phi(T, \sigma^*)$  совокупного конечного достояния государства к моменту времени  $T=100$  оказалось равным 353,127.



Отметим, что найденное решение  $\Phi(T, \sigma^*)$  непрерывно зависит от начальных условий. Численный эксперимент показал, что малые возмущения начальных условий задачи не вызывают сильного возмущения решения, что свидетельствует о его устойчивости.

Наибольшее совокупное достояние государства в конце временного промежутка достигается при следующих управлениях: 1) при самой низкой и **постоянной** установочной ставке учётной системы  $r(t)=0.001$ ; 2) при самом низком и **постоянном** бюджетном потоке  $B_{EC_b}^{55}(t) = 0$  в базисную казённую часть содержательной системы  $C_b$ ; 3) при самых высоких и **постоянных** бюджетных потоках  $B_{EM}^{55}(t) = 0, 2$  в системы  $M=D, E, F, G, H, P$ .

### 3. ОПТИМИЗАЦИОННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОЕННОГО ПОДЧИНТЕЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ ГОСУДАРСТВ

Будем теперь рассматривать два государства: государство  $S$ , изображённое выше, и государство  $S(I)$ , все соответствующие признаки которого снабжены указательной римской цифрой  $I$  в круглых скобках.

Составим математическую модель оптимального итогового военного подчинения государства  $S$  государству  $S(I)$  при условии **нападения** государства  $S(I)$  на государство  $S$ .

#### ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ДОСТОЯНИЯ И ПОТОКИ ПРИ ВОЕННОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДВУХ ГОСУДАРСТВ

Для этого в содержательную систему  $C$  государства  $S$  введём дополнительное содержательное достояние  $1(I)$  системы  $C(I)$  государства  $S(I)$  и дополнительное обеспечительное достояние  $4(I)$  системы  $D(I)$  государства  $S(I)$ .

Введём также дополнительные потоки  $Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)}$ ,  $Z_{CC}^{1(I)}$ ,  $Z_{CC(I)}^{1(I)1(I)}$ ,  $Z_{C \rightarrow}^{11}$  и  $Z_{C \rightarrow}^{4(I)4(I)}$  для системы  $C$ , название и смысл которых разъясняются далее.

Кроме того в обеспечительную систему  $D$  государства  $S$  введём дополнительное обеспечительное достояние  $4(I)$  системы  $D(I)$  государства  $S(I)$ .

Введём также дополнительные потоки  $Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)}$ ,  $Z_{DD}^{44(I)}$ ,  $Z_{DD(I)}^{4(I)4(I)}$ ,  $Z_{D \rightarrow}^{44}$  и  $Z_{D \rightarrow}^{4(I)4(I)}$  для системы  $D$ , название и смысл которых разъясняются далее.

#### **Название и смысл дополнительных потоков**

Поток  $Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)}$  называется *нападательным на систему  $C$  из системы  $D(I)$*  для разрушения и отнятия, указанных ниже.

Поток  $Z_{CC}^{1(I)}$  называется *содержательно предотъёмным*. Смысл его состоит в том, что содержательное достояние  $1$  системы  $C$  государства  $S$  отнимается государством  $S(I)$  посредством военной «силы»  $4(I)$ , приходящей в систему  $C$  в виде нападательного потока  $Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)}$ , и становится содержательным достоянием  $1(I)$  системы  $C(I)$ .

Поток  $Z_{CC(I)}^{1(I)1(I)}$  называется *содержательно отъёмным*. Смысл его состоит в том, что **отнятое** у системы  $C$  содержательное достояние  $1(I)$  доставляется в систему  $C(I)$ .

Поток  $Z_{C \rightarrow}^{11}$  называется *содержательно разрушительным*. Смысл его состоит в том, что содержательное достояние  $1$  системы  $C$  **разрушается** посредством военной «силы»  $4(I)$ , приходящей в систему  $C$  в виде нападательного потока  $Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)}$ .





Поток  $Z_{C \rightarrow}^{4(I)4(I)}$  называется *издержным относительно системы С*. Смысл его состоит в том, что для разрушения некоторой части содержательного достояния 1 системы С и для отнятия некоторой другой части этого достояния 1 у системы С приходится «жертвовать» военной «силой»  $4(I)$ , приходящей из системы  $D(I)$  в виде нападательного потока  $Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)}$ .

Поток  $Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)}$  называется *нападательным на систему D из системы D(I)* для разрушения и отнятия, указанных ниже.

Поток  $Z_{DD}^{44(I)}$  называется *обеспечительно предотъёмным*. Смысл его состоит в том, что обеспечительное достояние 4 системы D государства S отнимается государством  $S(I)$  посредством военной «силы»  $4(I)$ , приходящей в систему D в виде нападательного потока  $Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)}$ , и становится обеспечительным достоянием  $4(I)$  системы  $D(I)$ .

Поток  $Z_{DD(I)}^{4(I)4(I)}$  называется *обеспечительно отъёмным*. Смысл его состоит в том, что **отнятое** у системы D обеспечительное достояние  $4(I)$  доставляется в систему  $D(I)$ .

Поток  $Z_{D \rightarrow}^{44}$  называется *обеспечительно разрушительным*. Смысл его состоит в том, что обеспечительное достояние 4 системы D **разрушается** посредством военной «силы»  $4(I)$ , приходящей в систему D в виде нападательного потока  $Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)}$ .

Поток  $Z_{D \rightarrow}^{4(I)4(I)}$  называется *издержным относительно системы D*. Смысл его состоит в том, что для разрушения некоторой части обеспечительного достояния 4 системы D и для отнятия некоторой другой части этого достояния 4 у системы D приходится «жертвовать» военной «силой»  $4(I)$ , приходящей из системы  $D(I)$  в виде нападательного потока  $Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)}$ .

### Связи между дополнительными потоками

Введём четыре безразмерностные числовые положительные функции от текущего времени  $t$ , изменяющегося в промежутке  $[t_0, T]$  от  $t_0$  до  $T$ .

Функцию  $g^{(1)}$  назовём *показателем действенности (эффективности) разрушения содержательного достояния 1 системы С посредством военной «силы»  $4(I)$ , приходящей из системы  $D(I)$  в виде нападательного потока  $Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)}$* . Соотношение  $(1/s)Z_{C \rightarrow}^{11} = g^{(1)}(1/s(I))Z_{C \rightarrow}^{4(I)4(I)}$  показывает связь между разрушительным потоком  $Z_{C \rightarrow}^{11}$  в системе С и издержным потоком  $Z_{C \rightarrow}^{4(I)4(I)}$  в этой системе, выраженную через фиксированную мировую валюту  $w$ .

Функцию  $h^{(1)}$  назовём *показателем действенности отнимания содержательного достояния 1 системы С посредством военной «силы»  $4(I)$ , приходящей из системы  $D(I)$  в виде нападательного потока  $Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)}$* . Соотношение  $(1/s)Z_{CC}^{11(I)} = h^{(1)}(1/s(I))Z_{C \rightarrow}^{4(I)4(I)}$  показывает связь между предотъёмным потоком  $Z_{CC}^{11(I)}$  в системе С и издержным потоком  $Z_{C \rightarrow}^{4(I)4(I)}$  в этой системе, выраженную через фиксированную мировую валюту  $w$ .

Функцию  $g^{(4)}$  назовём *показателем действенности разрушения обеспечительного достояния 4 системы D посредством военной «силы»  $4(I)$ , приходящей из системы  $D(I)$  в виде нападательного потока  $Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)}$* . Соотношение  $(1/s)Z_{D \rightarrow}^{44} = g^{(4)}(1/s(I))Z_{D \rightarrow}^{4(I)4(I)}$  показывает связь между разрушительным потоком  $Z_{D \rightarrow}^{44}$  в системе D и издержным потоком  $Z_{D \rightarrow}^{4(I)4(I)}$  в этой системе, выраженную через фиксированную мировую валюту  $w$ .

Функцию  $h^{(4)}$  назовём *показателем действенности отнимания обеспечительного достояния 4 системы D посредством военной «силы»  $4(I)$ , приходящей из системы  $D(I)$*





в виде нападающего потока  $Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)}$ . Соотношение  $(1/s)Z_{DD}^{44(I)} = h^{(4)}(1/s(I))Z_{D \rightarrow}^{4(I)4(I)}$  показывает связь между предотъёмным потоком  $Z_{DD}^{44(I)}$  в системе  $D$  и издержным потоком  $Z_{D \rightarrow}^{4(I)4(I)}$  в этой системе, выраженную через фиксированную мировую валюту  $w$ .

### Соглашения о непрерывности общих потоков

Будем считать, что переводные и отправленные потоки «равны» в мировой валюте, т.е. связаны соотношениями

$$(1/s)Z_{CC}^{1(I)} = (1/s(I))Z_{CC(I)}^{1(I)} \text{ и } (1/s)Z_{DD}^{44(I)} = (1/s(I))Z_{DD(I)}^{4(I)4(I)}.$$

Согласно сказанному ранее считаем, что издержный поток  $Z_{C \rightarrow}^{4(I)4(I)}$  равен нападающему потоку  $Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)}$  (оба из них выражены в деньгах  $5(I)$ ), т.е.  $Z_{C \rightarrow}^{4(I)4(I)} = Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)}$ . Также согласно сказанному ранее считаем, что издержный поток  $Z_{D \rightarrow}^{4(I)4(I)}$  равен нападающему потоку  $Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)}$  (оба из них выражены в деньгах  $5(I)$ ), т.е.  $Z_{D \rightarrow}^{4(I)4(I)} = Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)}$ . Используя указанные соглашения, получаем следующие соотношения:

$$Z_{CC(I)}^{1(I)} = (s(I)/s)Z_{CC}^{1(I)} = (s(I)/s)h^{(1)}(s/s(I))Z_{C \rightarrow}^{4(I)4(I)} = h^{(1)}Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)}$$

и

$$Z_{DD(I)}^{4(I)4(I)} = (s(I)/s)Z_{DD}^{44(I)} = (s(I)/s)h^{(4)}(s/s(I))Z_{D \rightarrow}^{4(I)4(I)} = h^{(4)}Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)}.$$

### Изменённые и дополнительные уравнения для государства $S$

С учётом дополнительных потоков уравнения для государства  $S$ , написанные выше, изменятся следующим образом:

$$1) \quad \dot{W}_C^1 = L_{EC}^{55} - (p_1 B_{ED}^{55} + p_2 B_{EE}^{55} + p_3 B_{EF}^{55} + p_4 B_{EG}^{55} + p_5 B_{EH}^{55} + p_6 B_{EP}^{55}) - e_0 W_C^1 - Z_{C \rightarrow}^{11} - Z_{CC}^{1(I)},$$

где

$$L_{EC}^{55} = aW_C^1(K - W_C^1) / (c + dr + (B_{EC_b}^{55} + B_{ED}^{55} + B_{EE}^{55} + B_{EF}^{55} + B_{EG}^{55} + B_{EH}^{55} + B_{EP}^{55})).$$

$$2) \quad \dot{W}_D^4 = B_{ED}^{55} - e_1 W_D^4 - Z_{D \rightarrow}^{44} - Z_{DD}^{44(I)}$$

$$3) \quad \dot{W}_E^5 = B_{EE}^{55} - e_2 W_E^5$$

$$4) \quad \dot{W}_F^2 = B_{EF}^{55} - e_3 W_F^2$$

$$5) \quad \dot{W}_G^2 = B_{EG}^{55} - e_4 W_G^2$$

$$6) \quad \dot{W}_H^2 = B_{EH}^{55} - e_5 W_H^2$$

$$7) \quad \dot{W}_P^3 = B_{EP}^{55} - e_6 W_P^3.$$

$$8) \quad \dot{W}_C^{1(I)} = (s(I)/s)Z_{CC}^{11(I)} - Z_{CC(I)}^{1(I)} = 0$$

$$9) \quad \dot{W}_C^{4(I)} = Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)} - Z_{C \rightarrow}^{4(I)4(I)} = 0$$

$$10) \quad \dot{W}_D^{4(I)} = (s(I)/s)Z_{DD}^{44(I)} - Z_{D \rightarrow}^{4(I)4(I)} - Z_{DD(I)}^{4(I)4(I)} + Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)} = 0.$$

Используя указанные выше связи через числовые функции, соглашения о непрерывности и полученные выше соотношения, окончательно получаем:

$$1) \quad \dot{W}_C^1 = L_{EC}^{55} - (p_1 B_{ED}^{55} + p_2 B_{EE}^{55} + p_3 B_{EF}^{55} + p_4 B_{EG}^{55} + p_5 B_{EH}^{55} + p_6 B_{EP}^{55}) - e_0 W_C^1 - (g^{(1)} + h^{(1)})(s/s(I))Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)},$$



где

$$\begin{aligned}
 & \dot{I}_{EC}^{55} = aW_C^1(K - W_C^1) / (c + dr + \\
 & (B_{EC_b}^{55} + B_{ED}^{55} + B_{EE}^{55} + B_{EF}^{55} + B_{EG}^{55} + B_{EH}^{55} + B_{EP}^{55})). \\
 2) & \dot{W}_D^4 = B_{ED}^{55} - e_1 W_D^4 - (g^{(4)} + h^{(4)})(s / s(I)) Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)} \\
 3) & \dot{W}_E^5 = B_{EE}^{55} - e_2 W_E^5 \\
 4) & \dot{W}_F^2 = B_{EF}^{55} - e_3 W_F^2 \\
 5) & \dot{W}_G^2 = B_{EG}^{55} - e_4 W_G^2 \\
 6) & \dot{W}_H^2 = B_{EH}^{55} - e_5 W_H^2 \\
 7) & \dot{W}_P^3 = B_{EP}^{55} - e_6 W_P^3.
 \end{aligned}$$

Отметим, что последние отрицательные слагаемые в уравнениях 1) и 2) получились из-за нападательного разрушения и отнимания.

Для этой системы рассматривается первичная совокупность  $\sigma$  всех  $S$ -внутренних управлений  $r, B_{EC_b}^{55}, B_{ED}^{55}, B_{EE}^{55}, B_{EF}^{55}, B_{EG}^{55}, B_{EH}^{55}, B_{EP}^{55}, s$ , заданных как функции от момента времени  $t$  на промежутке времени  $[t_0, T]$ .

### ИЗМЕНЁННЫЕ И ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ГОСУДАРСТВА $S(I)$

Подобным образом для государства  $S(I)$  получается следующая система уравнений:

$$\begin{aligned}
 & \dot{W}_{C(I)}^{5(I)5(I)} = L_{E(I)C(I)}^{5(I)5(I)} - (p_1(I)B_{E(I)D(I)}^{5(I)5(I)} + p_2(I)B_{E(I)E(I)}^{5(I)5(I)} \\
 1(I)) & + p_3(I)B_{E(I)F(I)}^{5(I)5(I)} + p_4(I)B_{E(I)G(I)}^{5(I)5(I)} + p_5(I)B_{E(I)H(I)}^{5(I)5(I)} + \\
 & p_6(I)B_{E(I)P(I)}^{5(I)5(I)} - e_0(I)W_{C(I)}^{1(I)} + h^{(1)}Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)},
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 & L_{E(I)C(I)}^{5(I)5(I)} = a(I)W_{C(I)}^{1(I)}(K(I) - W_{C(I)}^{1(I)}) / (c(I) + d(I)r(I) + \\
 & (B_{E(I)C_b(I)}^{5(I)5(I)} + B_{E(I)D(I)}^{5(I)5(I)} + B_{E(I)E(I)}^{5(I)5(I)} + B_{E(I)F(I)}^{5(I)5(I)} \\
 & + B_{E(I)G(I)}^{5(I)5(I)} + B_{E(I)H(I)}^{5(I)5(I)} + B_{E(I)P(I)}^{5(I)5(I)})). \\
 2(I)) & \dot{W}_{D(I)}^{4(I)} = B_{D(I)D(I)}^{5(I)5(I)} - e_1(I)W_{D(I)}^{4(I)} - Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)} - Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)} + h^{(4)}Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)} \\
 3(I)) & \dot{W}_{E(I)}^{5(I)} = B_{E(I)E(I)}^{5(I)5(I)} - e_2(I)W_{E(I)}^{5(I)} \\
 4(I)) & \dot{W}_{F(I)}^{2(I)} = B_{E(I)F(I)}^{5(I)5(I)} - e_3(I)W_{F(I)}^{2(I)} \\
 5(I)) & \dot{W}_{G(I)}^{2(I)} = B_{E(I)G(I)}^{5(I)5(I)} - e_4(I)W_{G(I)}^{2(I)} \\
 6(I)) & \dot{W}_{H(I)}^{2(I)} = B_{E(I)H(I)}^{5(I)5(I)} - e_5(I)W_{H(I)}^{2(I)} \\
 7(I)) & \dot{W}_{P(I)}^{3(I)} = B_{E(I)P(I)}^{5(I)5(I)} - e_6(I)W_{P(I)}^{3(I)}.
 \end{aligned}$$

Отметим, что последние положительные слагаемые в уравнениях 1) и 2) получились из-за прибавления отниманием.

Для этой системы рассмотрим первичную совокупность  $\sigma(I)$  всех  $S(I)$ -внутренних управлений  $r(I), B_{E(I)C_b(I)}^{5(I)5(I)}, B_{E(I)D(I)}^{5(I)5(I)}, B_{E(I)E(I)}^{5(I)5(I)}, B_{E(I)F(I)}^{5(I)5(I)}, B_{E(I)G(I)}^{5(I)5(I)}, B_{E(I)H(I)}^{5(I)5(I)}, B_{E(I)P(I)}^{5(I)5(I)}, s(I)$ , заданных как функции от момента времени  $t$  на промежутке времени  $[t_0, T]$ .



## Математическая модель военного подчинительного взаимодействия двух государств

Для систем уравнений для государств  $S$  и  $S(I)$  рассмотрим вторичную совокупность  $\tau(I)$  всех  $S(I)$ -нападательных управлений  $Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)}, Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)}$ , состоящую из нападательных потоков, заданных как функции от момента времени  $t$  на промежутке времени  $[t_0, T]$ . Совокупное одностороннее управление  $(\sigma(I), \tau(I))$  назовём *нападательным управлением в системе уравнений для государства  $S(I)$  на промежутке времени  $[t_0, T]$* . Совокупное одностороннее управление  $(\sigma, \tau(I))$  назовём *оборонительным управлением в системе уравнений для государства  $S$  на промежутке времени  $[t_0, T]$* . Совокупное двустороннее управление  $(\sigma, \sigma(I), \tau(I))$  назовём *военным управлением в системах уравнений для государств  $S$  и  $S(I)$  на промежутке времени  $[t_0, T]$* .

Взаимодействие государств  $S$  и  $S(I)$  при нападательном управлении  $(\sigma(I), \tau(I))$  в системах уравнений для государств  $S$  и  $S(I)$  назовём *нападательным взаимодействием* и обозначим через  $A(S, S(I), \sigma(I), \tau(I))$ .

Рассмотрим *совокупное достояние*  $W_{S(I)}(T, \sigma(I), \tau(I)) = (W_{C(I)}^{1(I)} + W_{D(I)}^{4(I)} + W_{E(I)}^{5(I)} + W_{F(I)}^{2(I)} + W_{G(I)}^{2(I)} + W_{H(I)}^{2(I)} + W_{P(I)}^{3(I)})(T)$  государства  $S(I)$  в момент времени  $T$  при нападательном управлении  $(\sigma(I), \tau(I))$  на промежутке времени  $[t_0, T]$ .

$$W_S(T, \sigma, \sigma(I), \tau(I)) = (W_C^1 + W_D^4 + W_E^5 + W_F^2 +$$

Рассмотрим *совокупное достояние*  $+W_G^2 + W_H^2 + W_P^3)(T)$  государства  $S$  в момент времени  $T$  при военном управлении  $(\sigma, \sigma(I), \tau(I))$  на промежутке времени  $[t_0, T]$ .

Рассмотрим *начальное совокупное достояние*  $W_S(t_0) = (W_C^1 + W_D^4 + W_E^5 + W_F^2 + W_G^2 + W_H^2 + W_P^3)(t_0)$  государства  $S$  в момент времени  $t_0$  и *начальное совокупное достояние*  $W_{S(I)}(t_0) = (W_{C(I)}^{1(I)} + W_{D(I)}^{4(I)} + W_{E(I)}^{5(I)} + W_{F(I)}^{2(I)} + W_{G(I)}^{2(I)} + W_{H(I)}^{2(I)} + W_{P(I)}^{3(I)})(t_0)$  государства  $S(I)$  в момент времени  $t_0$ . Рассмотрим начальное число  $\Psi(t_0) = W_{S(I)}(t_0) - W_S(t_0)$ .

Для двустороннего управления  $(\sigma, \sigma(I), \tau(I))$  рассмотрим целевой функционал  $\Psi(T, \sigma(I), \tau(I)) = W_{S(I)}(T, \sigma(I), \tau(I)) - \sup(W_S(T, \sigma, \sigma(I), \tau(I)) | \sigma \in \Sigma_S)$  **абсолютного расхождения** совокупного достояния государства  $S(I)$  к моменту времени  $T$  при нападательном управлении  $(\sigma(I), \tau(I))$  относительно превосходственного (супремального) совокупного достояния государства  $S$  к моменту времени  $T$  по всем возможным внутренним управлениям  $\sigma$ , входящим в военные управления  $(\sigma, \sigma(I), \tau(I))$ . Здесь через  $\Sigma_S$  обозначено множество всех возможных внутренних управлений для государства  $S$ .

Нападательное взаимодействие  $A(S, S(I), \sigma(I), \tau(I))$  назовём **абсолютно  $(S(I), \alpha, \beta)$ -подчинительным** (для государства  $S$  с числовыми уровнями подчинения  $\alpha > 0$  и  $\beta > 0$ ), если выполнены два неравенства:

- 1)  $\Psi(T, \sigma(I), \tau(I)) \geq \alpha \Psi(t_0)$  (итоговое расхождение);
- 2)  $W_{S(I)}(T, \sigma(I), \tau(I)) \geq \beta W_{S(I)}(t_0)$  (итоговое обогащение).

Функции  $g^{(1)}, g^{(4)}, h^{(1)}, h^{(4)}$  от момента времени  $t$  и числа  $\alpha$  и  $\beta$  считаются входными (наперёд задаваемыми) параметрами этого взаимодействия.

Военное абсолютно  $(S(I), \alpha, \beta)$ -подчинительное взаимодействие  $A(S, S(I), \sigma(I), \tau(I))$  государств  $S$  и  $S(I)$  обозначим через  $A(S, S(I), \sigma(I), \tau(I), \alpha, \beta)$ .

Нападательное абсолютно  $(S(I), \alpha, \beta)$ -подчинительное взаимодействие  $A(S, S(I), \sigma^*(I), \tau^*(I), \alpha, \beta)$  называется **оптимальным** на промежутке вре-



мени  $[t_0, T]$  относительно выбранного целевого функционала  $\Psi(T, \sigma(I), \tau(I))$ , если для любого другого нападающего абсолютно  $(S(I), \alpha, \beta)$ -подчинительного взаимодействия  $A(S, S(I), \sigma(I), \tau(I), \alpha, \beta)$  выполнено неравенство  $\Psi(T, \sigma^*(I), \tau^*(I)) \geq \Psi(T, \sigma(I), \tau(I))$ . Задачу на нахождение оптимального нападающего абсолютно  $(S(I), \alpha, \beta)$ -подчинительного взаимодействия  $A(S, S(I), \sigma^*(I), \tau^*(I), \alpha, \beta)$  государств  $S$  и  $S(I)$  можно записать в виде  $\Psi(T, \sigma(I), \tau(I)) \rightarrow \max$ .

### Исходные данные для приближённого решения упрощённой оптимизационной задачи

Если мы предполагаем все управления в сформулированной выше задаче постоянными функциями на временном промежутке  $[t_0, T]$ , то мы получаем *упрощённую оптимизационную задачу*. Авторы искали приближённое оптимальное решение этой задачи для двух различных **сценариев**, задаваемых различными исходными данными.

Исходные данные для **сценария военного взаимодействия при значительном начальном превосходстве**:

- 1)  $T=10, K=300, d=20, a=0,0005, c=1, p_1=0,3, p_2=0,6, p_3=p_4=p_5=0,2, p_6=0,7, e_0=0,015, e_1=0,02, e_2=0,005, e_3=e_4=e_5=0,005, e_6=0,01, W_C^1(0)=100, W_D^4(0)=20, W_E^5(0)=20, W_F^2(0)=10, W_G^2(0)=10, W_H^2(0)=10, W_P^3(0)=30, r_0=0,001, r_1=1, (B_{EC_b}^{55})_0=0, (B_{EC_b}^{55})_1=0,5, (B_{EM}^{55})_0=0,1, (B_{EM}^{55})_1=0,2$  для  $M=D, E, F, G, H, P, s_0=5, s_1=7$ ;
- 2)  $K(I)=3000, d(I)=200, a(I)=0,0005, c(I)=10, p_1(I)=0,3, p_2(I)=0,6, p_3(I)=p_4(I)=p_5(I)=0,2, p_6(I)=0,7, e_0(I)=0,015, e_1(I)=0,005, e_2(I)=0,02, e_3(I)=e_4(I)=e_5(I)=0,005, e_6(I)=0,01, W_{C(I)}^{1(I)}(0)=1000, W_{D(I)}^{4(I)}(0)=200, W_{E(I)}^{5(I)}(0)=200, W_{F(I)}^{2(I)}(0)=100, W_{G(I)}^{2(I)}(0)=100, W_{H(I)}^{2(I)}(0)=100, W_{P(I)}^{3(I)}(0)=300, r(I)_0=0,001, r(I)_1=1, (B_{E(I)C_b(I)}^{5(I)5(I)})_0=0, (B_{E(I)C_b(I)}^{5(I)5(I)})_1=0,5, (B_{E(I)M(I)}^{5(I)5(I)})_0=0,1, (B_{E(I)M(I)}^{5(I)5(I)})_1=0,2$  для  $M(I)=D(I), E(I), F(I), G(I), H(I), P(I), s(I)_0=1, s(I)_1=1,4$ ;
- 3)  $(Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)})_0=0,1, (Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)})_1=0,5, (Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)})_0=0,1, (Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)})_1=0,5$ ;
- 4) входные функции  $g^{(1)}, g^{(4)}, h^{(1)}, h^{(4)}$  постоянны и принимают значения  $g^{(1)}(t)=1,2, g^{(4)}(t)=1,3, h^{(1)}(t)=0,3, h^{(4)}(t)=0,2$ ;
- 5)  $\alpha=1,01$  и  $\beta=1,01$ .

Полученные приближённые решения представлены на приводимых ниже графиках.

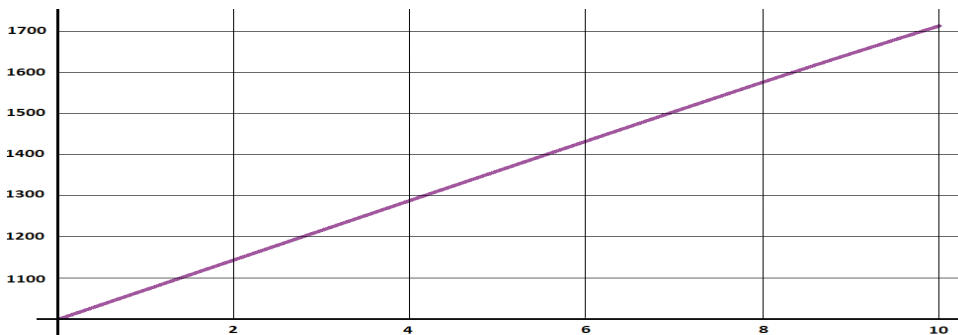


График 1. Зависимость оптимальной функции  $W_{C(I)}^{1(I)}$  от времени

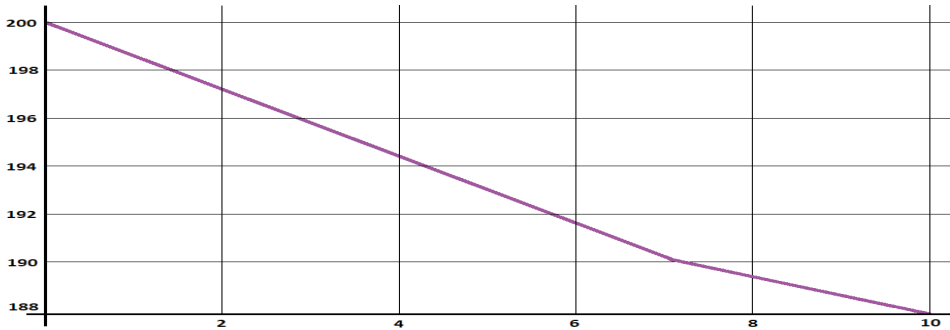


График 2. Зависимость оптимальной функции  $W_{D(I)}^{4(I)}$  от времени

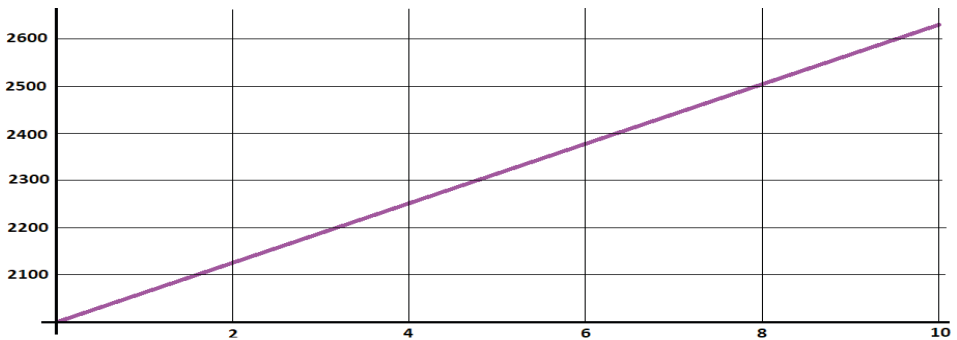


График 3. Зависимость оптимальной функции  $W_{S(I)}$  от времени

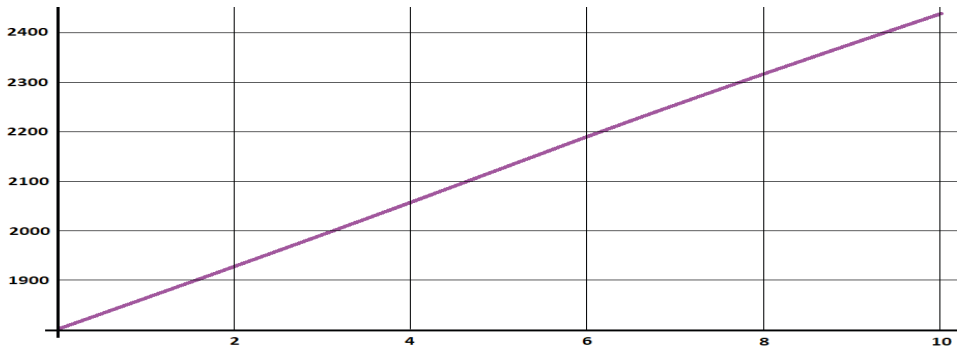


График 4. Зависимость целевой функции  $\Psi(t, \sigma(I), \tau(I))$  от времени

Исходные данные для **сценария военного взаимодействия при незначительном начальном превосходстве**:

- 1)  $T=20$ ,  $K=300$ ,  $d=20$ ,  $a=0,0005$ ,  $c=1$ ,  $p_1=0,3$ ,  $p_2=0,6$ ,  $p_3=p_4=p_5=0,2$ ,  $p_6=0,7$ ,  
 $e_0=0,015$ ,  $e_1=0,02$ ,  $e_2=0,005$ ,  $e_3=e_4=e_5=0,005$ ,  $e_6=0,01$ ,  $W_C^1(0)=100$ ,  $W_D^4(0)=20$ ,  
 $W_E^5(0)=20$ ,  $W_F^2(0)=10$ ,  $W_G^2(0)=10$ ,  $W_H^2(0)=10$ ,  $W_P^3(0)=30$ ,  $r_0=0,001$ ,  $r_1=1$ ,  
 $(B_{EC_b}^{55})_0=0$ ,  $(B_{EC_b}^{55})_1=0,5$ ,  $(B_{EM}^{55})_0=0,1$ ,  $(B_{EM}^{55})_1=0,2$  для  $M=D,E,F,G,H,P$ ,  
 $s_0=5$ ,  $s_1=7$ ;



- 2)  $K(I)=600$ ,  $d(I)=40$ ,  $a(I)=0,0005$ ,  $c(I)=2$ ,  $p_1(I)=0,3$ ,  $p_2(I)=0,6$ ,  $p_3(I)=p_4(I)=p_5(I)=0,2$ ,  $p_6(I)=0,7$ ,  $e_0(I)=0,015$ ,  $e_1(I)=0,005$ ,  $e_2(I)=0,02$ ,  $e_3(I)=e_4(I)=e_5(I)=0,005$ ,  $e_6(I)=0,01$ ,  $W_{C(I)}^{1(I)}(0) = 200$ ,  $W_{D(I)}^{4(I)}(0) = 40$ ,  $W_{E(I)}^{5(I)}(0) = 40$ ,  $W_{F(I)}^{2(I)}(0) = 20$ ,  $W_{G(I)}^{2(I)}(0) = 20$ ,  $W_{H(I)}^{2(I)}(0) = 20$ ,  $W_{P(I)}^{3(I)}(0) = 60$ ,  $r(I)_0=0,001$ ,  $r(I)_1=1$ ,  $(B_{E(I)C_b(I)}^{5(I)5(I)})_0 = 0$ ,  $(B_{E(I)C_p(I)}^{5(I)5(I)})_1 = 0,5$ ,  $(B_{E(I)M(I)}^{5(I)5(I)})_0 = 0,1$ ,  $(B_{E(I)M(I)}^{5(I)5(I)})_1 = 0,2$  для  $M(I)=D(I),E(I),F(I),G(I),H(I),P(I),s(I)_0=1, s(I)_1=1,4$ ;
- 3)  $(Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)})_0 = 0,02$ ,  $(Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)})_1 = 0,1$ ,  $(Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)})_0 = 0,02$ ,  $(Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)})_1 = 0,1$ ;
- 4) входные функции  $g^{(1)}, g^{(4)}, h^{(1)}, h^{(4)}$  постоянны и принимают значения  $g^{(1)}(t) = 1,2$ ,  $g^{(4)}(t) = 1,3$ ,  $h^{(1)}(t) = 0,3$ ,  $h^{(4)}(t) = 0,2$ ;
- 5)  $\alpha=1,01$  и  $\beta=1,01$ .

Полученные приближённые решения представлены на приводимых ниже графиках.

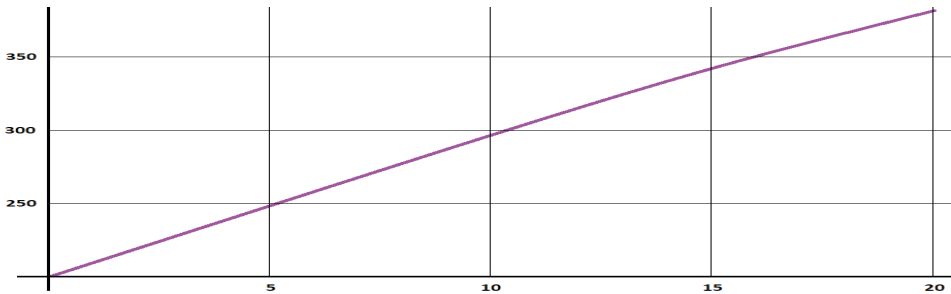


График 5. Зависимость оптимальной функции  $W_{C(I)}^{1(I)}$  от времени

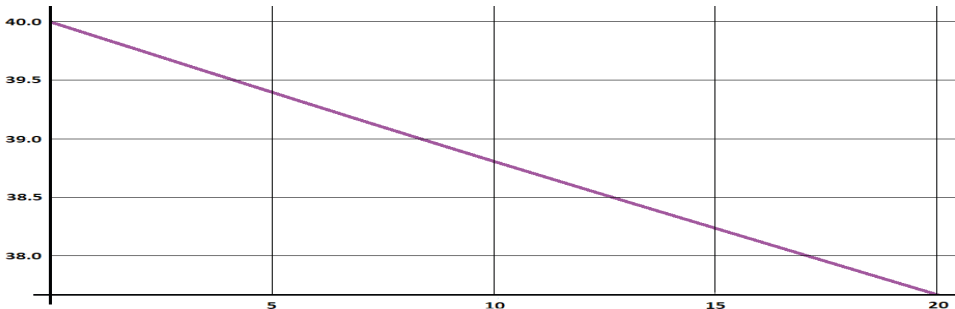


График 6. Зависимость оптимальной функции  $W_{D(I)}^{4(I)}$  от времени

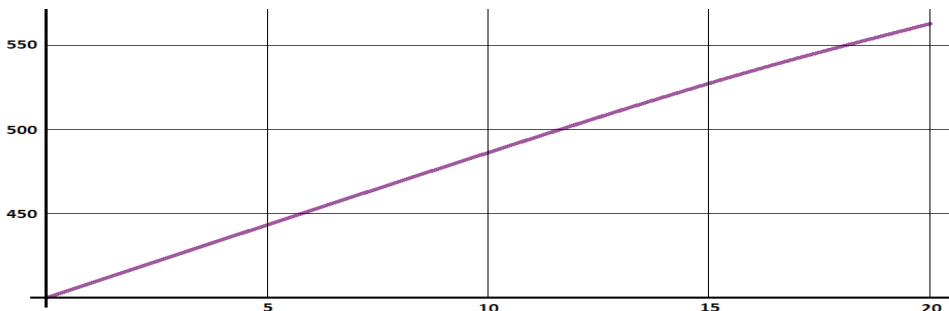


График 7. Зависимость оптимальной функции  $W_{S(I)}$  от времени

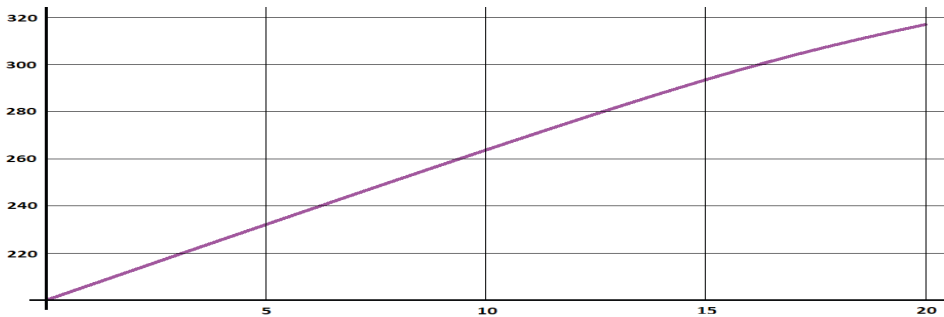


График 8. Зависимость целевой функции  $\Psi(t, \sigma(I), \tau(I))$  от времени

В обоих сценариях совокупное оптимальное управление и супремум вычислялись приближённо методом случайных выборок (Монте-Карло) в многомерных числовых параллелепипедах, задаваемых указанными нижними и верхними границами всех частичных управлений.

Из сравнения приведённых решений для разных сценариев следует, что решение является относительно устойчивым.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная модель концептуально отражают следующие важные исторические примеры взаимодействий между государствами. Во время Второй Мировой войны США военным путём обеспечили подчинительное взаимодействие в свою пользу с такими государствами, как Япония, Германия, Италия и др.

В указанных во введении статьях автора на основе общей концептуальной модели государства решалась конкретно-числовая игровая задача на существование, нахождение и приближённое вычисление оптимизирующего управления в системе исходных уравнений для государства  $S$ , приведённой в первой части. Во второй части данной статье то же самое сделано для изложенной выше общей концептуальной динамической оптимизационной математической модели военного подчинительного взаимодействия двух государств.

После этого можно переходить к численному моделированию перечисленных выше наличных исторических взаимодействий между государствами и сверке модельных вычислений с историческими данными.

##### Литература

1. Гуссейнова А.С., Павловский Ю.Н., Устинов В.А. Опыт имитационного моделирования исторического процесса. – М.: Наука, 1984. – 157 с.
2. Захаров В.К., Кузенков О.А. Оптимальное управление в модели государства. Моделирование и анализ данных. 2011. № 1. С. 55–75.
3. Захаров В.К. Номология. Устройство и направление человеческой деятельности. – М.: МГППУ, 2011. – 216 с.
4. Захаров В.К., Капитанов Д.В., Кузенков О.А. Оптимальное управление в модели государства II. Моделирование и анализ данных. 2014. № 1. С. 4–31.





5. Захаров В.К., Кузенков О.А. Оптимальное управление в математической модели государства. Журнал Средневолжского математического общества. 2015. Т. 17, № 2. С. 34–38.
6. Захаров В.К. *Номология*. Воспроизведение и обновление человеческого бытия. – М.: «Онеbook.ru», 2016. – 396 с.
7. Захаров В.К. Этот Новый Старый Мир. Будущее из прошлого. – М.: Издательский дом «Кислород», 2017. – 448 с.
8. Захаров В.К. Динамическая оптимизационная математическая модель военного подчинительного взаимодействия двух государств. Анализ, моделирование, управление, развитие социально-экономических систем: сборник научных трудов XIII Всероссийской школы-симпозиума АМУР-2019 (14–27 сентября 2019). – Симферополь: ИП Корниенко, 2019. С. 172–179.
9. Захаров В.К. Оптимизационная математическая модель мирного подчинительного взаимодействия двух государств. Современные проблемы анализа динамических систем. Теория и практика: материалы международной открытой конференции (21–23 мая 2019г.). – Воронеж: ВГЛУ, 2019. С. 189–191.
10. Захаров В.К. Оптимизационные математические модели конкуренции двух государств. Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019 (17–29 сентября 2019г.). – Симферополь: ПОЛИПРИНТ, 2019. С. 260–263.
11. Zakharov V.K. Mathematical model of the trade-currency subordinating interaction of two states. Сборник тезисов четвёртой международной конференции «Моделирование нелинейных процессов и систем» (15–17 октября 2019г.). М.: Янус – К, 2019. С. 40–41.
12. Zakharov V.K. Optimization mathematical models of the peaceful subordinating interactions of two States. Journal of Physics: Conference Series. 2019. V. 1391. Conference 1. 012040. P 1–7.
13. Захаров В.К. Оптимизационные математические модели мирного и военного подчинительных взаимодействий двух государств. Моделирование и анализ данных. 2019. № 2. С. 4–20.



## Optimal Control in Mathematical Model of Military Subordinating Interaction of Two States

**Valery K. Zakharov\***

Lomonosov Moscow state University, Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5492-7317>

e-mail: [zakharov\\_valeriy@list.ru](mailto:zakharov_valeriy@list.ru)

**Alexander V. Davidov\***

Lomonosov Moscow state University, Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4949-4171>

e-mail: [esse101@yandex.ru](mailto:esse101@yandex.ru)

On the base of constructed earlier by the first author the optimization mathematical model of a military aggressive subordinating interaction of two States the corresponding problem of finding the optimal control in the simplest class of constant controls is solved.

**Keywords:** optimization mathematical model of State, optimization mathematical model of military aggressive interaction of two States, target functional, optimal solution.

### For citation:

Zakharov V.K., Davidov A.V. Optimal Control in Mathematical Model of Military Subordinating Interaction of Two States. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2020. Vol. 10, no. 2, pp. 5–24. DOI:10.17759/mda.2020100201 (In Russ., abstr. in Engl.).

### References

1. Gusseinova A.S., Pavlovskii Yu.N., Ustinov V.A. Opyt imitatsionnogo modelirovaniya istoricheskogo protsessa. – M.: Nauka, 1984. – 157 p.
2. Zakharov V.K., Kuzenkov O.A. Optimal'noe upravlenie v modeli gosudarstva. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*. 2011. № 1. P. 55–75.
3. Zakharov V.K. Nomologiya. Ustroenie i napravlenie chelovecheskoi deyatelnosti. – M.: MGP-PU, 2011. – 216 p.
4. Zakharov V.K., Kapitanov D.V., Kuzenkov O.A. Optimal'noe upravlenie v modeli gosudarstva II. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*. 2014. № 1. P. 4–31.
5. Zakharov V.K., Kuzenkov O.A. Optimal'noe upravlenie v matematicheskoi modeli gosudarstva. *Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva*. 2015. T. 17, № 2. P. 34–38.

\***Valery K. Zakharov**, PhD, Professor of the Department of mathematical analysis, Lomonosov Moscow state University, Moscow, Russia. Author of scientific publications on conceptual and mathematical models of the state and its institutions. Winner of the Lomonosov prize. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5492-7317>, e-mail: [zakharov\\_valeriy@list.ru](mailto:zakharov_valeriy@list.ru)

\*\***Alexander V. Davidov**, post-graduate student of the Department of mathematical analysis, Lomonosov Moscow state University, Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4949-4171>, e-mail: [esse101@yandex.ru](mailto:esse101@yandex.ru)



6. Zakharov V.K. *Nomologiya. Vosproizvedenie i obnovlenie chelovecheskogo bytiya*. – М.: «Onebook.ru», 2016. – 396 p.
7. Zakharov V.K. *Ehtot Novyi Staryi Mir. Budushchee iz proshlogo*. – М.: Izdatel'skii dom “Kislorod” 2017. – 448 p.
8. Zakharov V.K. *Dinamicheskaya optimizatsionnaya matematicheskaya model' voennogo podchinitel'nogo vzaimodeistviya dvukh gosudarstv. Analiz, modelirovanie, upravlenie, razvitie sotsial'no-ehkonomicheskikh sistem: sbornik nauchnykh trudov XIII Vserossiiskoi shkoly-simpoziuma AMUR-2019 (14–27 sentyabrya 2019)*. – Simferopol': IP Kornienko, 2019. P. 172–179.
9. Zakharov V.K. *Optimizatsionnaya matematicheskaya model' mirnogo podchinitel'nogo vzaimodeistviya dvukh gosudarstv. Sovremennye problemy analiza dinamicheskikh sistem. Teoriya i praktika: materialy mezhdunarodnoi otkrytoi konferentsii (21–23 maya 2019g.)*. – Voronezh: VGLTU, 2019. P. 189–191.
10. Zakharov V.K. *Optimizatsionnye matematicheskie modeli konkurentsii dvukh gosudarstv. Sbornik materialov mezhdunarodnoi konferentsii KROMSh-2019 (17–29 sentyabrya 2019g.)*. – Simferopol': POLIPRINT, 2019. P. 260–263.
11. Zakharov V.K. *Mathematical model of the trade-currency subordinating interaction of two states. Sbornik tezisov chetvertoi mezhdunarodnoi konferentsii «Modelirovanie nelineinykh protsessov i sistem» (15–17 oktyabrya 2019g.)*. М.: Yanus – K, 2019. P. 40–41.
12. Zakharov V.K. *Optimization mathematical models of the peaceful subordinating interactions of two States. Journal of Physics: Conference Series. 2019. V. 1391. Conference 1. 012040. P 1–7.*
13. Zakharov V.K. *Optimizatsionnye matematicheskie modeli mirnogo i voennogo podchinitel'nykh vzaimodeistvii dvukh gosudarstv. Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis. 2019. № 2. P. 4–20.*

## Общая математическая модель для энергетических и информационных оценённых надприродно производящих средовых систем

**Захаров В.К.\***

Московский государственный университет  
имени М.В. Ломоносова (МГУ им. Ломоносова),  
г. Москва, Российская Федерация  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5492-7317>  
e-mail: [zakharov\\_valeriy@list.ru](mailto:zakharov_valeriy@list.ru)

В статье излагается общее **соединённое** (синтетичное) **замкнутое в себе** представление о мире и его бытии, которое позволяет дать параллельные определения **энергии** и **информации**, не выходя за пределы объединённого мира. Это позволяет ввести достаточно общее понятие *оценённой (надприродной) производящей (передаточно-поточковой консервативно-динамичной вмещённой) средовой системы*, описываемой соответствующей системой *эволюционных уравнений*. В качестве важных частных случаев таких систем вводятся понятия *энергетической оценённой производящей средовой системы* и *информационной оценённой производящей средовой системы*. На подробно разобранных автором ранее примерах модели отопительной печи (как энергетической оценённой производящей средовой системы) и модели персонального компьютера (как информационной оценённой производящей средовой системы) показывается применимость предложенной концепции для обобщённого и формализованного описания широкого класса надприродных систем, существующих наяву.

**Ключевые слова:** Объединённый мир, вещественный мир, мысленный мир, (мировой) предмет, энергия, информация, вмещение предмета, поток вмещения, булевское вмещение, булевское оценивание на булевском вмещении, сохраняющие оценивания для потока булевского вмещения, система, средовая система, консервативно-динамичная средовая система, оценённая передаточно-поточковая средовая система, оценённая производящая средовая система, энергетическая оценённая производящая средовая система, информационная оценённая производящая средовая система.

### Для цитаты:

Захаров В.К. Общая математическая модель для энергетических и информационных оценённых надприродно производящих средовых систем // Моделирование и анализ данных. 2020. Том 10. № 2. С. 25–38. DOI:10.17759/mda.2020100202

\***Захаров Валерий Константинович**, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического анализа механико-математического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5492-7317>, e-mail: [zakharov\\_valeriy@list.ru](mailto:zakharov_valeriy@list.ru)



## 1. ВВЕДЕНИЕ

За последнее время информатика достигла необыкновенных высот в своём развитии. Однако удовлетворительного твёрдого теоретического фундамента для этой науки до сих пор не было создано. Причина состоит в отсутствии общепринятых удовлетворительных<sup>1</sup> общих определений понятий **информации** и **информационной системы**.

Отмеченная особенность присуща не только информатике. В физике, несмотря на её более длительное существование, положение с твёрдым теоретическим фундаментом обстоит точно таким же образом: отсутствуют общепринятые удовлетворительные<sup>2</sup> общие определения понятий **энергии** и **энергетической системы**. Ещё в 1964 году выдающийся американский физик Ричард Фейнман в своих знаменитых лекциях по физике в параграфе 1 главы 4 первого тома писал: «It is important to realize that in physics today, we have no knowledge of what energy *is*. We do not have a picture that energy comes in little blobs of a definite amount. It is not that way. However, there are formulas for calculating some numerical quantity, ...» [3].

Из этого неслучайного, по-видимому, совпадения можно сделать вывод, что причина описанного положения коренится не в самой информатике и не в самой физике, а в отсутствии удовлетворительного **общего** твёрдого теоретического **представления** о мире и его бытии, в котором понятия информации и энергии появлялись бы естественным дедуктивным путём.

В статье [1] была сделана первая попытка заполнить указанный пробел в научном мировоззрении. В первой части этой статьи было изложено общее **соединённое** (синтетичное) **замкнутое в себе** представление о мире и его бытии. Была рассмотрена синтетичность (мировых) предметов и были введены понятия *вмещений предметов* и *потоков вмещений предметов*. Во второй части статьи на основе синтетичного представления о мире и его предметах были определены единым образом понятия *энергии* и *информации* как особых свойств предметов, вытекающих из их синтетичности, и понятия *энергетических* и *информационных вмещений предметов*. Была введена *аксиома временной преемственности вмещений*, согласно которой любое новое вмещение в предмете может быть произведено только посредством обязательного изведения старого энергетического вмещения и старого информационного вмещения в некоторых значимых предметах. В третьей части статьи на

<sup>1</sup> Например, даются такие поверхностные определения информации: информация – отражение окружающего мира посредством сигналов и знаков; информация – сведения, воспринимаемые человеком или специальным устройством как отражение фактов материального мира в процессе коммуникаций.

<sup>2</sup> Например, даётся такое внешне красивое определение: энергия – скалярная физическая величина, являющаяся единой мерой различных форм движения и взаимодействия материи, мерой перехода движения материи из одних форм в другие. К сожалению, после этого определения остаётся неясным, являются ли «величина», «мера», «движение», «взаимодействие», «переход» и пр. материей или какими-то иными, внешними по отношению к материи сущностями.



основе представлений, изложенных в первых двух частях, было введено достаточно общее понятие *производящей (передаточно-потоковой консервативно-динамичной вмещённой средовой) системы*, описываемой соответствующей системой *эволюционных уравнений*. В качестве важных частных случаев таких систем были введены понятия *энергетической производящей системы* и *информационной производящей системы*. В четвёртой части статьи на подробно разобранных примерах модели отопительной печи (как энергетической производящей системы) и модели персонального компьютера (как информационной производящей системы) была показана применимость предложенной концепции для обобщённого и формализованного модельного описания широкого класса надприродных (созданных и создаваемых человеком) вещественно-мысленных систем, существующих наяву.

Данная статья является продолжением статьи [1] (см. также [4]). В ней описывается процедура **численного оценивания** наличных вмещений в предметах и потоков наличных вмещений предметов, которые присутствуют в наличных надприродных производящих системах. Эта процедура необходима для создания **математических моделей** этих наличных систем с целью проведения необходимых численных расчётов в них.

В статье вводятся новые понятия *булевского вмещения*, *булевского оценивания на булевском вмещении* и *сохраняющих оцениваний для потока булевского вмещения*. Они позволяют дать точные определения *оценённой передаточно-потоковой системы*, *производящей оценённой системы*, *энергетической производящей оценённой системы* и *информационной производящей оценённой системы*.

Применимость предложенной общей математической модели производящей оценённой системы для обобщённого и формализованного модельного описания широкого класса надприродных наличных систем была показана в упомянутой выше четвёртой части статьи [1].

## 2. ОБЪЕДИНЁННЫЙ МИР, ЕГО ПРЕДМЕТЫ, ИХ ВМЕЩЕНИЯ И ПОТОКИ ВМЕЩЕНИЙ

### Синтетичность (соединённость) мира

Под **человечеством** понимается совокупность всех людей, живших и живущих на нашей планете.

**Объединённый (т.е. вещественный и мысленный) мир** (на данный момент времени) можно обобщённо определить как совокупность, включающую в себя: 1) *природный мир* (как *вещественный*, так и *мысленный*) Земли и Вселенной; 2) *надприродный мир* (как *вещественный*, так и *мысленный*), созданный **человечеством** в процессе его бытия. Мысленный (природный и надприродный) мир включает в себя *мысленный мир живых существ Земли* и, в частности, *мысленный мир людей*.

Вещественный и мысленный миры не переходят друг в друга. Овеществление и мышление миров людей невозможны друг без друга [1], [2, стр. 15].

Любую мысленно отмеченную людьми в данный момент времени часть объединённого мира будем далее называть (**мировым**) **предметом**, **достоянием** или **объ-**



**ектом** (в данный момент времени). Это общее понятие включает в себя предметы, обозначающие бытие во времени других предметов, такие как **явление, состояние, благополучие, равновесие** и пр.

В некоторых предметах есть и *вещественная (составляющая) часть*, и *мысленная (составляющая) часть*; их можно назвать *синтетичными* или *вещественно-мысленными предметами*. Примером является любой созданный человеком вещественный предмет, поскольку он имеет в себе и мысленную часть, показывающую некоторые обстоятельства придумывания и создания этого предмета. Из этого примера следует, что даже мысленный мир людей располагается не только в людских головах.

В некоторых предметах есть только *вещественная (составляющая) часть*; их можно назвать *чисто вещественными предметами*. Примером является любой косный, т.е. не живой, природный предмет.

Наконец, в некоторых предметах есть только *мысленная (составляющая) часть*; их можно назвать *чисто мысленными предметами*. Примером является любой предмет, **непосредственно не обнаруживаемый органами чувств человека**, такой как сверхъестественное существо, душа, число и т.д.

С предметом в данный момент времени людьми мысленно соединены некоторые мысленные предметы, называемые *свойствами* или *способностями предмета*. Предмет с отмеченным людьми свойством называется *освоиственным предметом*.

С двумя предметами в данный момент времени может быть соединён другой предмет, называемый *связью между предметами*.

**Замечание.** Из приведённого выше определения следует, что свойства мировых предметов сами являются мировыми предметами. Обобщённо можно сказать, что разделение мира на вещество и мысль позволило понятие объединённого мира сделать **замкнутым в себе**.

### Вмещения предмета

Любую мысленно отмеченную людьми в данный момент времени часть  $P$  данного предмета  $X$  будем называть *подпредметом предмета  $X$* . Подпредмет  $P$ , обладающий данным свойством  $\pi$ , будем называть  *$\pi$ -свойственным подпредметом предмета  $X$  (подпредметом предмета  $X$ , обладающим свойством  $\pi$ ;  $\pi$ -подпредметом предмета  $X$ )*. Совокупность  $V_X^\pi(t)$  всех  $\pi$ -подпредметов предмета  $X$  будем называть  *$\pi$ -свойственным вмещением предмета  $X$  в данный момент времени*.

### Булевские оценивания на булевских вмещениях

Вмещение  $V_X^\pi(t)$  назовём *булевым*, если с  $\pi$ -подпредметами предмета  $X$  можно совершать действия, относительно которых совокупность  $V_X^\pi(t)$  является **булевой алгеброй** с операциями объединения, пересечения и дополнения для членов вмещений.

Вещественно-числовую неотрицательную ограниченную монотонную и конечно аддитивную функцию  $c_X^\pi(t)$ , определённую на булевском вмещении  $V_X^\pi(t)$ , будем называть *булевым оцениванием на булевском вмещении  $V_X^\pi(t)$* .

Пусть  $c_X^\pi(t)P$  обозначает числовую величину члена  $P$  вмещения  $V_X^\pi(t)$  в момент времени  $t$ . Число  $W_X^\pi(t)$ , равное величине  $c_X^\pi(t)P$  самого большого члена  $P$  вмещения  $V_X^\pi(t)$ , назовём *оценённым вмещением вида  $\pi$  предмета  $X$  в момент времени  $t$* .





### Передаточные потоки вложений

Трёх указанным выше видам вложений соответствуют три *вида передаточных потоков* (или *передвижений*) *вложений из одного предмета X в другой предмет Y в данное мгновение времени*: 1) передаточный поток  $\pi$ -свойственного вложения ( $\pi$ -передаточный поток); 2) передаточный поток энергетического вложения (*энергетически-передаточный поток*); 3) передаточный поток информационного вложения (*информационно-передаточный поток*).

Приведём точные определения этих потоков.

Совокупность  $R_{XY}^{\pi\pi}(t - \Delta t, t + \Delta t)$ , состоящую из всех предметов  $P$ , таких, что  $P$  входит в совокупность  $V_X^\pi(t - \Delta t)$ , и  $P$  не входит в совокупность  $V_Y^\pi(t - \Delta t)$ , и  $P$  не входит в совокупность  $V_X^\pi(t + \Delta t)$ , и  $P$  входит в совокупность  $V_Y^\pi(t + \Delta t)$ , назовём *передаточным потоком на промежутке времени от  $t - \Delta t$  до  $t + \Delta t$  из предмета X в предмет Y  $\pi$ -свойственного вложения (вложения вида  $\pi$ )*. Отметим, что при этом предполагается идеальная **возможность** неизменности (сохранности) перемещаемых предметов  $P$  во времени и в пространстве.

Среди всех таких потоков выделим **два главных вида передаточных потоков**.

Передаточный поток  $R_{XY}^{ec}(t - \Delta t, t + \Delta t)$  энергетического вложения назовём *энергетически-передаточным потоком на промежутке времени от  $t - \Delta t$  до  $t + \Delta t$  из предмета X в предмет Y*. Передаточный поток  $R_{XY}^u(t - \Delta t, t + \Delta t)$  информационного вложения назовём *информационно-передаточным потоком на промежутке времени от  $t - \Delta t$  до  $t + \Delta t$  из предмета X в предмет Y*.

Для того чтобы избежать использования петлеобразных **преобразовательных** потоков подпредметов с изменением свойств, мы среди всех предметов выделим особый мысленный предмет  $\infty$ , называемый *мнимой средой*. Это даёт возможность вместо одного петлеобразного потока, который одновременно является и **выходящим** из данного предмета, и **входящим** в этот предмет (что составляет непреодолимое препятствие при составлении эволюционных уравнений для данного предмета (см. далее)), рассмотреть два (*мнимо*) *передаточных потока: изводный поток  $\pi$ -свойственных подпредметов из предмета в мнимую среду  $\infty$  и производный поток  $\kappa$ -свойственных подпредметов из мнимой среды  $\infty$  в предмет*.

Это позволяет изведение и произведение вложения в предмет рассматривать как частные виды передачи вложения между разными предметами.

**Замечание.** Передаточные потоки с изменением перемещаемых предметов  $P$  и здесь, и далее не рассматриваются.

### Сохраняющие булевские оценивания для потоков булевских вложений

Для различных предметов  $X$  и  $Y$  с булевскими вложениями  $V_X^\pi(t)$  и  $V_Y^\pi(t)$  и булевскими оцениваниями  $c_X^\pi(t)$  и  $c_Y^\pi(t)$  рассмотрим определённый выше передаточный поток  $R_{XY}^{\pi\pi}(t - \Delta t, t + \Delta t)$ . Скажем, что булевские оценивания  $c_X^\pi(t)$  и  $c_Y^\pi(t)$  являются *сохраняющими для передаточного потока  $R_{XY}^{\pi\pi}(t - \Delta t, t + \Delta t)$* , если оценка любого члена  $P$  исходного вложения  $V_X^\pi(t - \Delta t)$  сохраняется при его перемещении во времени во вложение  $V_Y^\pi(t + \Delta t)$  в следующем точном смысле: если предмет  $P$  входит в совокупность  $V_X^\pi(t - \Delta t)$  и входит в совокупность  $V_Y^\pi(t + \Delta t)$ , то  $c_X^\pi(t - \Delta t)P = c_Y^\pi(t + \Delta t)P$ .



Если оценивания  $c_X^\pi(t)$  и  $c_Y^\pi(t)$  являются сохраняющими для передаточного потока  $R_{XY}^{\pi\pi}(t - \Delta t, t + \Delta t)$ , то мы можем рассмотреть число  $S_{XY}^{\pi\pi}(t - \Delta t, t + \Delta t)$ , равное супремуму чисел  $c_X^i(t - \Delta t)P = c_Y^i(t + \Delta t)P$  по всем предметам  $P$  из потока  $R_{XY}^i(t - \Delta t, t + \Delta t)$ . Назовём его *оценённым передаточным потоком на промежутке времени от  $t - \Delta t$  до  $t + \Delta t$  из предмета  $X$  в предмет  $Y$  вмещения вида  $\pi$* .

Число  $S_{XY}^{\pi\pi}(t)$ , равное пределу при  $\Delta t$ , стремящемся к нулю, от оценённого передаточного промежуточного потока  $S_{XY}^{\pi\pi}(t - \Delta t, t + \Delta t)$ , делённого на число  $2\Delta t$ , назовём *оценённым передаточным потоком в момент времени  $t$  из предмета  $X$  в предмет  $Y$  вмещения вида  $\pi$* .

### 3. ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОБ ЭНЕРГИИ И ИНФОРМАЦИИ

#### Энергия и информация как отражение синтетичности мировых предметов

Синтетичное представление об объединённом мире позволяет единообразно определить понятия энергии и информации как особых **свойств мировых предметов**, вытекающих из их синтетичности [2, стр. 19].

В каждый момент времени предмету присуще его свойство, называемое *состоянием предмета в данный момент времени*. Соответственно вещественной части предмета присуще *состояние вещественной части предмета в данный момент времени*, а мысленной части предмета присуще *состояние мысленной части предмета в данный момент времени*. Состояния предметов *изменяются* во времени под воздействием других предметов, называемых *внутренними* и *внешними побудителями*.

**Способность** в некоторый момент времени **некоторых предметов** воздействовать на другие предметы и вызывать изменение в состоянии их **вещественных частей** в этот момент времени называется *энергией* (по-русски, **вещественным переустраиванием**). А **способность** в некоторый момент времени **некоторых предметов** воздействовать на другие предметы и вызывать изменение в состоянии их **мысленных частей** в этот момент времени называется *информацией* (по-русски, **мысленным переустраиванием**). Указанные **воздействующие** предметы будем называть *энергетическими* и *информационными предметами*, соответственно. Ясно, что они представляют собой частные случаи освоенных предметов.

Из данного определения следует, что энергия и информация, будучи способностями, являются мысленными предметами.

Выделяя разные виды воздействующих предметов и разные виды их воздействий на другие предметы, **наблюдатели** выделяют *особенные виды энергии этих предметов* и *особенные виды информации в этих предметах*. При этом наблюдатели отмечают, что *данный предмет обладает данным особенным видом энергии или данным особенным видом информации*.

Например, катящийся по поверхности шар обладает *кинетической (двигательной) энергией*, а также *зрительной информацией*. Другой пример: пища, принимаемая людьми, обладает *химической энергией*, а также *зрительной, обонятельной и осязательной*



информацией. Третий пример: книга, изданная на каком-либо языке, обладает *знаковой информацией*, а также *тепловой энергией*. Четвёртый пример: солнечное излучение обладает *солнечной энергией*, а также *зрительной информацией* и *осязательной информацией*. Пятый пример: биологическая клетка обладает *двигательной, тепловой и химической энергией*, а также *зрительной* и *делительной (репликаторной) информацией*. Во всех этих примерах информационное воздействие оказывается на наблюдателей, и оно вызывает изменение в мысленном состоянии некоторых из них.

### Энергетические и информационные вложения

Среди всех вложений предмета  $X$  выделим два **главных вида вложений**. Совокупность  $V_X^e(t)$  всех энергетических подпредметов данного предмета будем называть *энергетическим вложением предмета  $X$  в данный момент времени*. Совокупность  $V_X^i(t)$  всех информационных подпредметов данного предмета будем называть *информационным вложением предмета  $X$  в данный момент времени*.

Выделяя разные виды этих вложений в предметах и разные виды их воздействий на другие предметы, **наблюдатели** выделяют **особенные** виды энергетических и информационных вложений. Например, катящийся по поверхности шар обладает *кинетическим (двигательным) энергетическим вложением*, а также *зрительным информационным вложением*. При этом не любая часть шара способна воздействовать на препятствия: поверхность шара, как мысленный подпредмет шара, такой способностью не обладает. Другой пример: пища, принимаемая людьми за едой, обладает *химическим энергетическим вложением*, а также *зрительным, обонятельным и осязательным информационными вложениями*. При этом не любая часть пищи способна вступать в химические реакции внутри человеческого тела; некоторые части пищи просто выбрасываются. Третий пример: книга, изданная на каком-либо языке, обладает *знаковым информационным вложением*. При этом не любая часть книги способна воздействовать на читателей и вызывать изменение в состоянии их мысленных частей: произвольные совокупности букв, слов и даже предложений такой способностью не обладают. Четвёртый пример: солнечное излучение обладает *солнечным энергетическим вложением*, а также *зрительным и осязательным информационными вложениями*. При этом разные части солнечного спектра способны по-разному воздействовать на людей. Пятый пример: биологическая клетка обладает *двигательным, тепловым и химическим энергетическими вложениями*, а также *зрительным и делительным (репликаторным) информационными вложениями*.

**Замечание.** Одна из задач физики (как первичной науки о вещественном мире) состоит в том, чтобы выделять **качественно особенные** виды энергетических вложений и для этих вложений определять их **количества**. Сходным образом, одна из задач информатики (как первичной науки о мысленном мире) состоит в том, чтобы выделять **качественно особенные** виды информационных вложений и для этих вложений определять их **количества**.

### Временная преемственность вложений

Далее мы рассмотрим некоторые ограничения возможностей относительно **изменения** вложений во времени. Введём их в виде некоторой аксиомы, т.е. первичной ценности.



**Аксиома временной преемственности предметных вмещений:** любое новое  $\pi$ -свойственное вмещение в данном производящем надприродном предмете может производиться **только** посредством: 1) изведения части **старого энергетического** вмещения хотя бы в одном **значимом энергетически**-изводящем предмете, и 2) изведения части **старого информационного** вмещения хотя бы в одном **значимом информационно**-изводящем предмете.

В этой аксиоме изводящий предмет называется **значимым** для производящего предмета, если после удаления изводящего предмета производство  $\pi$ -свойственного вмещения в производящем предмете прекращается. Отметим, что всё описанное в этой аксиоме может происходить в одних и тех же предметах и даже в одном и том же предмете.

**Пример.** Рассмотрим человечество как производящий предмет. В качестве одного из изводящих предметов выступает Земля. Считается, что информационное вмещение человечества с течением времени увеличивается. Это явление можно объяснить за счёт увеличивающегося во времени **изведения** людьми энергетического вмещения Земли.

## 4. ОЦЕНЁННЫЕ НАДПРИРОДНО ПРОИЗВОДЯЩИЕ СРЕДОВЫЕ СИСТЕМЫ

### Система

Под **системой** (*составным предметом, устроенным предметом, организованным объектом*) будем понимать предмет мира, обладающий следующими свойствами:

- 1) он является совокупностью нескольких (не менее двух) других предметов мира, называемых далее *детальями*, и нескольких других предметов мира, называемых далее *связями между деталями*; в нём могут **появляться** новые детали или связи и **исчезать** старые детали или связи; это появление и исчезновение может быть его свойством;
- 2) (*свойство внутренней составленности*) деталь сама может быть совокупностью нескольких (не менее двух) других деталей и нескольких связей между ними, называемых далее *составляющими деталями детали* и *составляющими связями детали*; такая деталь называется *сложной*; деталь, не являющаяся сложной, называется *простой*, или *первичной*, или *атомарной (неделимой)*, или *элементарной (начальной)*, или *элементом (началом)*;
- 3) (*свойство внешнего обустройства*) предмет [сложная деталь] **первоначально** во времени устраивается (организуется) из составляющих деталей **обязательно** при наличии некоторых связей некоторых составляющих деталей с некоторыми внешними по отношению ко всем составляющим деталям предметами мира, без связей с которыми указанный предмет не мог бы устроиться; такие внешние предметы и связи можно назвать *обустривающими данный предмет [данную сложную деталь]*;
- 4) (*свойство внутренней необоснованности*) и сам предмет, и каждая сложная деталь **обязательно** имеет хотя бы одно новое свойство, которого не было ни

у одной из составляющих деталей; такое свойство называется далее *внутренне необоснованным*;

- 5) (*свойство внешнего обоснования*) каждое внутренне необоснованное свойство предмета [сложной детали] **обязательно основано** на наличии некоторых связей предмета [сложной детали] с некоторыми **внешними** по отношению к предмету [к сложной детали] предметами мира, без связи с которыми указанное свойство предмета не могло бы появиться; такие внешние предметы и связи можно назвать *обосновывающими данное свойство предмета [сложной детали]*.

Каждой системе, как предмету, присуще *имя (наименование, название и пр.) системы*.

Из перечисленных выше свойств системы следует, что каждая сложная деталь системы сама является системой, называемой далее *подсистемой системы*. Отметим, что для сложной детали внешними обустройствающими или обосновывающими предметами могут быть и другие детали самой системы.

В приведённое выше определение системы заложено, что никакого самоустроения (автоорганизации) системы из какой-либо совокупности предметов, которые могут стать порождающими деталями этой системы, не существует. Также не существует никакого самопоявления (автоэмергентности) **новых** свойств у системы. Для этого должны существовать **внешние** обустройствающие или, соответственно, обосновывающие предметы и связи [2, стр. 23–24]. Отметим, что согласно разделу 1 обстоятельства тоже являются предметами.

Все описанные в литературе и исследованные автором примеры «самоорганизации» систем на самом деле оказываются примерами организации систем с обязательными **внешними соучаствующими** предметами, без участия которых системы просто не смогли бы или не стали бы устраиваться.

**Замечание.** Во избежание прихода к противоречию нежелательно применять понятие системы ко всему объединённому миру, т.е. нежелательно рассматривать всю вселенную как систему или как предмет «большой» системы. То же самое относится к вещественному И мысленному мирам, соответственно.

### **Консервативно-динамичные вмещённые средовые системы**

Далее рассматриваются на основном закреплённом промежутке времени  $T$  только системы со **сложными** деталями.

В такой системе  $U$  выделим *максимальные* сложные детали  $M$ , т.е. такие сложные детали, которые не являются деталями других сложных деталей. Назовём их *основными устройствами* или *подсистемами системы*. Слово «основные» далее будем опускать. Будем рассматривать далее только системы с конечным числом устройств. Совокупность всех устройств системы  $U$  обозначим через  $\text{max } U$ . Будем считать, что между **некоторыми** устройствами системы имеются связи и все устройства системы охвачены этими связями, т.е. в системе  $U$  нет изолированных устройств.

Пусть с некоторыми устройствами системы  $U$  связана конечная совокупность предметов  $A_f$ , называемых *входными средами*, и конечная совокупность предметов  $B_g$ , называемых *выходными средами для системы*  $U$ . Тройку  $S$ , состоящую из систе-



мы  $U$  и совокупностей входных и выходных сред  $A_f$  и  $B_g$ , будем называть *средовой системой*. Устройства и среды системы  $S$  и мнимую среду  $\infty$  будем называть *компонентами средовой системы  $S$* .

Будем далее считать, что все компоненты средовой системы  $S$  обладают предметно-свойственными вмещениями разных особенных видов и имена этих видов составляют конечную *совокупность имён вмещений*  $ind S$ . Подсовокупности *имён вмещений устройств* и *сред* обозначим соответственно через  $ind M$ ,  $ind A_f$  и  $ind B_g$ . Для каждой компоненты системы будем отделять её имя от её вмещений.

Вмещения устройств и сред соответствующих особенных видов в данный момент времени  $t$  из временного промежутка  $T$  обозначим через  $V_M^i(t)$  для  $i$  из  $ind M$ ,  $V_{A_f}^i(t)$  для  $i$  из  $ind A_f$  и  $V_{B_g}^i(t)$  для  $i$  из  $ind B_g$ , соответственно. Далее указание на момент времени будем опускать.

Описанную систему будем называть *вмещённой средовой системой*.

Вмещённую средовую систему будем называть *консервативно-динамичной* на промежутке времени  $T$ , если: 1) имена и связи устройств не изменяются на промежутке  $T$ , а их предметно-свойственные вмещения изменяются во времени на промежутке  $T$ ; и 2) имена сред и их связи с устройствами не изменяются на промежутке  $T$ , а предметно-свойственные вмещения сред изменяются во времени на промежутке  $T$ .

### Оценённые передаточно-поточковые средовые системы

Далее рассматриваются **только** консервативно-динамичные вмещённые средовые системы на основном промежутке времени  $T$ , в которых указанные вмещения из одних устройств и сред могут *передаваться* в другие устройства и среды, а в самих устройствах системы  $U$  ещё вдобавок могут *изводиться* и *производиться*. Напомним, что использование мнимой среды  $\infty$  позволяет изведение и производство рассматривать как частные виды вышеупомянутой передачи.

Будем предполагать, что для указанной системы  $S$  имеются булевские оценивания  $c_M^i(t)$ ,  $c_{A_f}^i(t)$  и  $c_{B_g}^i(t)$  на булевских вмещениях  $V_M^i(t)$ ,  $V_{A_f}^i(t)$  и  $V_{B_g}^i(t)$  соответственно в каждый момент времени  $t$  из промежутка  $T$ . Тогда для каждой компоненты системы  $S$  вычисляются соответствующие оценённые вмещения  $W_M^i(t)$ ,  $W_{A_f}^i(t)$  и  $W_{B_g}^i(t)$ .

На временном промежутке  $T$  будем брать моменты времени  $t$  и временные приращения  $\Delta t$ , такие, что моменты времени  $t - \Delta t$  и  $t + \Delta t$  не выходят за пределы этого промежутка.

Будем предполагать, что для каждой пары компонент  $X$  и  $Y$  системы  $S$ , для которой имеется передаточный или мнимо передаточный поток  $R_{XY}^{ii}(t - \Delta t, t + \Delta t)$ , соответствующие оценивания  $c_X^i$  и  $c_Y^i$  являются **согласованными** для этого потока. Это предположение позволяет вычислить **оценённый** передаточный или мнимо передаточный поток  $S_{XY}^{ii}(t)$  в момент времени  $t$  из компоненты  $X$  в компоненту  $Y$  вмещения вида  $i$ .

**Оценённой передаточно-поточковой средовой системой (на промежутке времени  $T$ )** назовём консервативно-динамичную вмещённую средовую систему  $S$  с системой  $U$ , средами  $A_f$  и  $B_g$ , мнимой средой  $\infty$  и коллекциями булевских оцениваний  $c_M^i$ ,  $c_{A_f}^i$  и  $c_{B_g}^i$  на коллекциях булевских вмещений  $V_M^i$ ,  $V_{A_f}^i$  и  $V_{B_g}^i$  соответственно, обладающую следующими свойствами:





- 1) для некоторых связанных пар  $A_f \approx M$ ,  $M \approx N$  и  $N \approx B_g$  имеются коллекции оценённых входных передаточных потоков  $S_{A_f M}^{ii}(t)$  для  $i \in \text{ind}A_f \cap \text{ind}M$ , оценённых передаточных потоков  $S_{MN}^{jj}(t)$  для  $j \in \text{ind}M \cap \text{ind}N$  и  $M \neq N$  и оценённых выходных передаточных потоков  $S_{NB_g}^{kk}(t)$  для  $k \in \text{ind}N \cap \text{ind}B_g$ , определённые соответствующими передаточными потоками и соответствующими согласованными оценками;
- 2) для некоторых устройств  $M$  имеются коллекции оценённых изводных мнимо передаточных потоков  $S_{M\infty}^{ii}(t)$  для  $i \in \text{ind}M$ , определённых соответствующими мнимо передаточными потоками и соответствующими согласованными оценками;
- 3) для некоторых устройств  $N$  имеются коллекции оценённых производных мнимо передаточных потоков  $S_{\infty N}^{jj}(t)$  для  $j \in \text{ind}N$ , определённых соответствующими мнимо передаточными потоками и соответствующими согласованными оценками.

### Составление эволюционных уравнений для оценённых передаточно-поточковых средовых систем

Напомним, что число  $\dot{W}_M^i(t)$ , равное пределу при  $\Delta t$ , стремящемся к нулю, от разности  $W_M^i(t + \Delta t) - W_M^i(t - \Delta t)$  (оценённых) вмещений в моменты времени  $t - \Delta t$  и  $t + \Delta t$ , делённой на число  $2\Delta t$ , называется скоростью изменения (оценённого) вмещения вида  $i$  устройства  $M$  в момент времени  $t$ .

**Система эволюционных уравнений оценённой передаточно-поточковой средовой системы (на промежутке времени  $T$ )** составляется по следующему **принципу сохранения**: в каждом устройстве  $M$  для оценённого вмещения каждого вида  $i \in \text{ind}M$  скорость изменения оценённого вмещения этого вида в этом устройстве в момент времени  $t$  равна сумме всех входящих оценённых потоков этого вида в это устройство в момент времени  $t$  минус сумма всех выходящих оценённых потоков этого вида из этого устройства в момент времени  $t$ .

### Оценённые надприродно производящие средовые системы

Опираясь на аксиому временной преемственности вмещений, приведённую в первой части, введём один важный класс систем. Будем предполагать, что среди всех производящих устройств имеется хотя оно надприродное.

**Оценённой надприродно производящей средовой системой (на промежутке времени  $T$ )** назовём определённую выше оценённую передаточно-поточковую систему, обладающую следующими дополнительными свойствами:

- 4) обязательно имеется хотя бы одна коллекция оценённых входно-передаточно-изводных цепочек энергетически-передаточных потоков  $S_{A_f L_0}^{ii}(t)$ ,  $S_{L_0 L_1}^{ii}(t)$ , ...,  $S_{L_{p-1} L_p}^{ii}(t)$ ,  $S_{L_p \infty}^{ii}(t)$  для  $i \in \text{ind}A_f \cap \text{ind}L_0 \cap \dots \cap \text{ind}L_p$ ,  $L_0, \dots, L_p \in \max U$  и  $p^3 0$ ;
- 5) обязательно имеется хотя бы одна коллекция оценённых входно-передаточно-изводных цепочек информационно-передаточных потоков  $S_{A_g M_0}^{jj}(t)$ ,  $S_{M_0 M_1}^{jj}(t)$ , ...,  $S_{M_{q-1} M_q}^{jj}(t)$ ,  $S_{M_q \infty}^{jj}(t)$  для  $j \in \text{ind}A_g \cap \text{ind}M_0 \cap \dots \cap \text{ind}M_q$ ,  $M_0, \dots, M_q \in \max U$  и  $q^3 0$ ;
- 6) обязательно имеются хотя бы одно надприродное производящее устройство  $N_p$ , хотя бы одна последовательность надприродных устройств  $N_1, \dots, N_r$  и хотя бы одна коллекция оценённых производно-передаточно-выходных цепочек **пред-**





**метно-свойственных потоков**  $S_{\infty N_0}^{kk}(t)$ ,  $S_{N_0 N_1}^{kk}(t)$ , ...,  $S_{N_{r-1} N_r}^{kk}(t)$ ,  $S_{N_r B_n}^{kk}(t)$  для  $k \in \text{ind}N_0 \cap \dots \cap \text{ind}N_r \cap \text{ind}B_h$ ,  $N_0, \dots, N_r \in \max U$  и  $r^3 0$ ;

- 7) для каждой коллекции цепочек вида 6) существует коллекция цепочек вида 4) и существует коллекция цепочек вида 5), без каждой из которых данная коллекция цепочек вида 6) исчезает.

Производящие оценённые системы подразделяются на **накопительные, расточительные, проводные** и пр.

Примерами оценённых производящих средовых систем являются основные системы государства и его учреждения, рассмотренные в приложениях 1 и 2 книги [2], а также программно-бухгалтерские системы учреждений.

Рассмотрим важные частные случаи (надприродно) производящих оценённых средовых систем.

### **Энергетические и информационные (надприродно) производящие оценённые средовые системы**

Оценённую (надприродно) производящую средовую систему назовём **энергетической**, если среди всех производно-передаточно-выходных цепочек потоков имеются (не менее одной) цепочки только **энергетически-передаточных** потоков и именно они **объявляются основными в деятельности системы**.

Оценённую (надприродно) производящую средовую систему назовём **информационной**, если среди всех производно-передаточно-выходных цепочек потоков имеются (не менее одной) цепочки только **информационно-передаточных** потоков и именно они **объявляются основными в деятельности системы**.

В четвёртой части статьи [1] на подробно разобранных примерах модели отопительной печи (как энергетической оценённой производящей средовой системы) и модели персонального компьютера (как информационной оценённой производящей средовой системы) была показана применимость предложенной концепции для обобщённого и формализованного модельного описания широкого класса надприродных (созданных и создаваемых человечеством) вещественно-мысленных систем, существующих наяву.

### **Литература**

1. Захаров В.К. Параллельное определение информации и энергии. Параллелизм между информационными и энергетическими производящими системами // Моделирование и анализ данных. 2016. Т. 1, № 1. С. 21–36.
2. Захаров В.К. Этот Новый Старый Мир. Будущее из прошлого. – М.: Издательский дом «Кислород», 2017. – 448 с.
3. Feynman R.F., Leighton R.S., Sands M. The Feynman Lectures on Physics. V. 1: Mainly Mechanics, Radiation, and Heat. – United States of America: Addison Wesley Publishing Company, 1964. – 270 p.
4. Zakharov V.K. General definition for energy and information. General model for energetic and informatic producing systems // 27 Международная конференция «Математика. Компьютер. Образование» (27 января-1 февраля 2020г.). Тезисы. – Москва. Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2020. С. 362.



# General Mathematical Model for Energetic and Informatic Evaluated over Natively Producing Surrounded Systems

**Valery K. Zakharov\***

Lomonosov Moscow state University,  
Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5492-7317>

e-mail: [zakharov\\_valeriy@list.ru](mailto:zakharov_valeriy@list.ru)

Some **joint** (synthetic) **closed in itself** idea about the world and its being is expounded in the paper, which gives the opportunity to invent the parallel definitions of the **energy** and the **information** not exceeding the bounds of the united world. This allows us to introduce some sufficiently general notion of the *evaluated producing (transmission-streamed conservatively-dynamic contained) surrounded system*, described by the proper system of *evolutional equations*. In the capacity of important partial cases of such systems the proper notions of the *energetic evaluated producing surrounded system* and the *informatic<sup>3</sup> evaluated producing surrounded system* are introduced. The explicitly analyzed earlier examples of the model of heating stove (as the energetic evaluated producing surrounded system) and the model of personal computer (as the informatic evaluated producing surrounded system) expose the applicability of proposed idea to a generalized and formalized description of some wide class of over native systems really existing.

**Keywords:** united world, material world, mental world, (world) object, energy, information, containment (embedding) in the object, stream of containment, Boolean containment, Boolean evaluation on Boolean containment, preserving Boolean evaluations for the stream of Boolean containment, system, surrounded system, conservatively-dynamic surrounded system, evaluated transmission-streamed surrounded system, evaluated producing surrounded system, energetic evaluated producing surrounded system, informatic evaluated producing surrounded system.

## For citation:

Zakharov V.K. General Mathematical Model for Energetic and Informatic Evaluated over Natively Producing Surrounded Systems. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2020. Vol. 10, no. 2, pp. 25–38. DOI:10.17759/mda.2020100202 (In Russ., abstr. in Engl.).

\***Valery K. Zakharov**, PhD, Professor of the Department of mathematical analysis, Lomonosov Moscow state University, Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5492-7317>, e-mail: [zakharov\\_valeriy@list.ru](mailto:zakharov_valeriy@list.ru)

<sup>3</sup> This unusual word is used here deliberately in capacity of a new useful science term reflecting the parallelism between energy and information presented in the paper.



### **References**

1. Zakharov V.K. Parallel'noe opredelenie informatsii i ehnergii. Parallelizm mezhdru informatsionnymi i ehnergeticheskimi proizvodnyashchimi sistemami. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*. 2016. T. 1, № 1. P. 21–36.
2. Zakharov V.K. Ehtot Novyi Staryi Mir. Budushchee iz proshlogo. – M.: Izdatel'skii dom «Kislorod», 2017. – 448 p.
3. Feynman R.F., Leighton R.S., Sands M. The Feynman Lectures on Physics. V. 1: Mainly Mechanics, Radiation, and Heat. – United States of America: Addison Wesley Publishing Company, 1964. – 270 p.
4. Zakharov V.K. General definition for energy and information. General model for energetic and informatic producing systems. 27 Mezhdunarodnaya konferentsiya «Matematika. Komp'yuter. ObrazovaniE» (27 yanvarya-1 fevralya 2020g.). Tezisy. – Moskva. Izhevsk: Institut komp'yuternykh issledovaniy, 2020. p. 362.





В статье описан подход к построению прогноза числа преподавателей, которое необходимо нанять онлайн-школе английского языка, на основе анализа исторических данных о проведенных уроках с использованием моделей линейной регрессии и тройного экспоненциального сглаживания.

**Ключевые слова:** временные ряды, анализ временных рядов, прогнозирование временных рядов, онлайн-образование.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Онлайн-образование становится всё более и более популярным, поэтому число учеников в онлайн-школах растёт. В этой работе мы рассматриваем онлайн-школу английского языка, в которой за несколько лет с момента основания число учащихся достигло более 100 тысяч и продолжает год к году кратно расти. Каждый день новые ученики регистрируются на сайте школы, совершают оплату и начинают заниматься. Вместе с тем существует и естественный отток учеников – со временем ученики перестают заниматься. В результате количество учеников всё время меняется. Аналогично, меняется и число учителей – новые учителя начинают работу, а некоторые старые уходят. Для обеспечения возрастающего спроса школе необходимо привлекать всё большее число учителей. Для правильного планирования бизнес-процесса привлечения учителей требуется прогноз необходимого числа учителей по меньшей мере на следующий месяц.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исходные данные представляют собой набор записей обо всех уроках, проведенных в онлайн-школе за 25 месяцев, начиная с сентября 2017-го года и заканчивая сентябрем 2019-го года, в виде таблицы в формате csv, состоящей из трех столбцов: дата и время начала занятия, id учителя, id ученика.

Необходимо построить прогноз числа учителей, требуемых онлайн-школе в октябре 2019-го года.

## 3. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ КОЛИЧЕСТВА ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТАТИСТИК CHURN RATE И INCOME RATE

Сформулируем алгоритм построения модели.

1. Выполнить предобработку данных путем вычисления количества учителей в каждом месяце.
2. Построить линейную регрессию по числу учителей (тренд).
3. Вычислить статистики churn rate и income rate на каждый месяц.
4. Построить прогноз с использованием значений тренда и этих статистик.



Сначала из исходных данных вычислим количество работавших учителей по месяцам, считая, что преподаватель работал в определенном месяце, если он провел в нем хотя бы один урок. Получим таблицу 1, содержащую 25 величин.

Таблица 1

**Количество учителей по месяцам**

Год	Месяц	Количество учителей
2017	Сентябрь	1207
	Октябрь	1273
	Ноябрь	1463
	Декабрь	1693
2018	Январь	1806
...	...	...
2019	Май	7024
	Июнь	7154
	Июль	7303
	Август	7776
	Сентябрь	8252

Затем построим линейную регрессию. Таким образом, мы получим “тренд” – общую тенденцию роста числа учителей.

Уравнение линейной регрессии для  $n$  наблюдений имеет вид:

$$Y_i = a_0 + kt_i, i = 1, 2, \dots, n,$$

где  $t_i \in \{0\} \cup \mathbb{N}$  независимая переменная,  $Y_i \in \mathbb{Z}$  - зависимая переменная, которую будем предсказывать (число преподавателей в конце  $i$ -го месяца),  $a_0 \in \mathbb{R}$  – значение  $Y_i$  при  $t_i = 0$ ,  $k \in \mathbb{R}$  – величина, на которую в среднем увеличивается  $Y_i$ , если увеличить  $t$  на единицу.

Запишем уравнение линейной регрессии в матричной форме:

$$Y = A \cdot \theta,$$

где  $Y$  – вектор наблюдений;  $A$  – матрица, в которой первый столбец единичный, а второй – значения параметра  $t$ ,  $\theta = (a_0, k)^T$ .

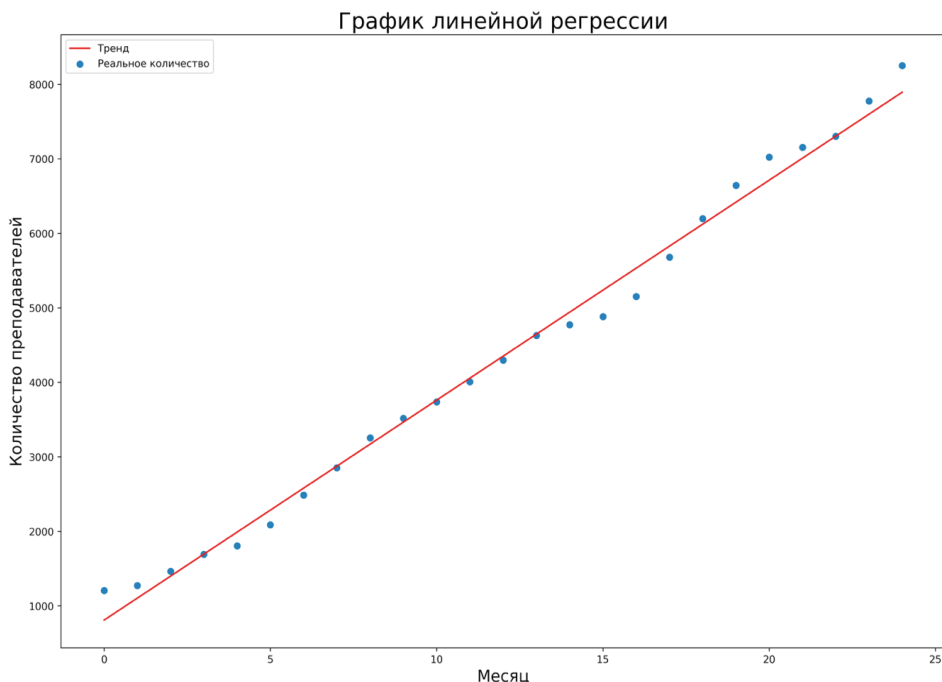
Вектор исследуемых параметров оценивается методом наименьших квадратов:

$$\hat{\theta} : (Y - A \cdot \theta)^2 \rightarrow \min_{\theta \in \mathbb{R}^2},$$

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta \in \mathbb{R}^2} (Y - A \cdot \theta)^2 = (A^T A)^{-1} A^T Y.$$

В рассматриваемом случае наблюдения – это количество преподавателей, независимая переменная – номер месяца по счету.

На рисунке 1 построена прямая – график линейной регрессии – и изображены точки – фактическое число преподавателей в каждый месяц.



*Рис.1. График линейной регрессии. На оси абсцисс – номер месяца, на оси ординат – количество преподавателей в этом месяце. Красная линия – график линейной регрессии; синие точки – исторические данные*

Далее вводится сезонность изменений с помощью **churn rate** и **income rate**, или коэффициентов оттока и притока.

Строится Таблица 2, в которой для каждого доступного месяца считается:

- 1) количество преподавателей,
- 2) сколько из них осталось с предыдущего месяца,
- 3) сколько из них ушло,
- 4) сколько пришло новых учителей.

Замечания.

- Количество преподавателей – это число преподавателей, которые провели хотя бы одно занятие в этом месяце.
- Если преподаватель провел хотя бы один урок в предыдущем месяце и провел хотя бы один урок в этом, считается, что он остался работать.
- Если же в предыдущем месяце преподаватель давал занятия, а в этом – нет, считается, что он ушел.
- Если преподаватель впервые провел урок на платформе, либо же у него был перерыв от деятельности в течение более чем одного месяца, он считается новым.





Таблица 2

**Количество учителей, вычисленное для нахождения  
коэффициентов притока и оттока**

Год	Месяц	Количество учителей в месяце	Количество оставшихся с прошлого месяца учителей	Количество ушедших с прошлого месяца учителей	Количество новых учителей в этом месяце
2017	Сентябрь	1207	Неизвестно	Неизвестно	Неизвестно
	Октябрь	1273	1140	67	133
	Ноябрь	1463	1202	71	261
	Декабрь	1693	1381	82	312
2018	Январь	1806	1570	123	236
...	...	...	...	...	...
2019	Май	7024	6299	345	725
	Июнь	7154	6553	471	601
	Июль	7303	6544	610	759
	Август	7776	6756	547	1020
	Сентябрь	8252	7166	610	1086

Пусть

- $Count(n)$  – количество учителей в  $n$ -м месяце;
- $Left(n)$  – количество ушедших учителей в  $n$ -м месяце;
- $New(n)$  – количество новых учителей в  $n$ -м месяце;
- $Churn(n)$  – churn rate в  $n$ -м месяце;
- $Income(n)$  – income rate в  $n$ -м месяце.

Тогда:

$$Churn(n) = \frac{Left(n)}{Count(n-1)},$$

$$Income(n) = \frac{New(n)}{Count(n-1)}.$$

Рассчитаем коэффициенты притока и оттока (см. Таблицу 3).

Таблица 3

**Расчет коэффициентов притока и оттока**

Год	Месяц	Кол-во учителей	Осталось учителей	Ушло учителей	Новых учителей	К-т оттока	К-т притока
2017	Сентябрь	1207					
	Октябрь	1273	1140	67	133	0,0555	0,1101
	Ноябрь	1463	1202	71	261	0,0557	0,2050



Год	Месяц	Кол-во учителей	Осталось учителей	Ушло учителей	Новых учителей	К-т оттока	К-т притока
	Декабрь	1693	1381	82	312	0,0560	0,2132
2018	Январь	1806	1570	123	236	0,0726	0,1393
...	...	...	...	...	...	...	...
2019	Май	7024	6299	345	725	0,0519	0,1091
	Июнь	7154	6553	471	601	0,0670	0,0855
	Июль	7303	6544	610	759	0,085	0,1060
	Август	7776	6756	547	1020	0,0749	0,1396
	Сентябрь	8252	7166	610	1086	0,0784	0,1396

Затем берутся одноименные месяцы и считается среднее арифметическое их коэффициентов оттока за два года и заполняется Таблица 4.

Считается  $TotalChurn(i)$  – сумма коэффициентов оттока для каждого месяца. Для начала зададим начальные значения:

$$TotalChurn(i) = 0, \quad i = \text{январь, февраль, } \dots, \text{ декабрь.}$$

Обозначив символом “%” оператор остатка от деления, получим:

$$TotalChurn((n+8)\%12+1) = TotalChurn((n+8)\%12+1) + Churn((n+8)\%12+1),$$

$n = 1, 2, \dots, 25$ .

Цифра “8” в формуле означает, что отсчет месяцев осуществлялся не с января, а с сентября.

1. Определяется количество “известных” лет. Так как имеются данные о 24 месяцах, получаем  $\frac{24}{12} = 2$  года.
2. Среднее значение коэффициентов:

$$MeanChurn(i) = \frac{TotalChurn(i)}{2}.$$

Среднее арифметическое коэффициентов притока, т.е.  $MeanIncome(i)$ , считается аналогично.

Таблица 4

#### Коэффициенты притока и оттока по месяцам

Месяц	Средний коэффициент оттока	Средний коэффициент притока
Январь	0,067659	0,128679
Февраль	0,051292	0,180598
Март	0,054044	0,195244
...	...	...
Октябрь	0,070714	0,147941
Ноябрь	0,062621	0,093500
Декабрь	0,057185	0,080017



Для прогнозирования числа учителей на  $n$ -й месяц получаем формулу, которая значение количества преподавателей на прошлом месяце увеличивает на  $MeanIncome$  долю, и уменьшает на  $MeanChurn$  долю:

$$Count(n) = predCount(n-1) - predCount(n-1) \cdot MeanChurn((n+8)\%12+1) + \\ + predCount(n-1) \cdot MeanIncome((n+8)\%12+1).$$

Здесь  $predCount(n-1)$  – прогноз количества преподавателей в конце  $(n-1)$ -го месяца моделью линейной регрессии,  $MeanChurn((n+8)\%12+1)$  и  $MeanIncome((n+8)\%12+1)$  – соответствующие сезону коэффициенты.

#### Оценка модели:

Точность построенной модели оценим с помощью средней абсолютной ошибки ( $MAE$ ):

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |trueY_i - predY_i|}{n},$$

где  $trueY_i - i$ -е реальное значение,  $predY_i - i$ -е предсказанное значение,  $n$  – число испытаний,  $i \in 0, \dots, n$ .

Пусть последние пять известных месяцев будут тестовой выборкой. Тогда перестроим модель линейной регрессии и посчитаем коэффициенты оттока и притока с условием, что известно уже не 25 месяцев, а 20. Имеем:

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^5 |trueY_i - predY_i|}{5} = 62.$$

Для сравнения модель обычной линейной регрессии имеет  $MAE=366$ . Таким образом, модель, использующая  $churn$  и  $income$  коэффициенты, имеет меньшую среднюю абсолютную ошибку, нежели обычная модель линейной регрессии, и увеличивает алгебраический порядок точности с трех до двух.

## 4. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ТРОЙНОГО ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО СГЛАЖИВАНИЯ

В исследуемом временном ряду наблюдались тренд и ярко выраженная сезонность: значительно возрастало количество уроков в сентябре-октябре, далее плавно спадало. В начале весны наблюдался пик поменьше, а с началом лета количество уроков резко сокращалось. При этом отмечался общий тренд на увеличение количества уроков. В таком формате данных прогнозировалось количество уроков на следующий месяц с помощью тройного экспоненциального сглаживания, или модели Холта-Уинтерса, поскольку легко было выделить 4 сезона и аддитивный тренд [1].

Для предсказания методом тройного экспоненциального сглаживания, или Холта-Уинтерса, использовались следующие формулы [2]:

$$S_t = \alpha \frac{Y_t}{I_{t-L}} + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}) - \text{сглаживание},$$



$$b_t = \gamma(S_t - S_{t-1}) + (1 - \gamma)b_{t-1} - \text{сглаживание тренда,}$$
$$I_t = \beta \frac{y_t}{S_t} + (1 - \beta)I_{t-L} - \text{сезонное сглаживание,}$$
$$F_{t+m} = (S_t + mb_t)I_{t-L+m} - \text{прогноз,}$$

где  $y$  – наблюдение,  $S$  – сглаженное наблюдение,  $b$  – параметр тренда,  $I$  – сезонный параметр,  $F$  – прогноз на  $m$  периодов вперед,  $t$  – индекс, обозначающий период,  $\alpha, \beta, \gamma$  – гиперпараметры, которые необходимо подобрать так, чтобы минимизировать значение средней абсолютной ошибки  $MAE$ , которая рассчитывалась по формуле:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |F_i - y_i|,$$

Число периодов  $L$  в данном временном ряду равно 4.

По следующей формуле рассчитывалось начальное значение параметра тренда  $b$ :

$$b = \frac{1}{L} \left( \frac{y_{L+1} - y_1}{L} + \frac{y_{L+2} - y_2}{L} + \dots + \frac{y_{L+L} - y_L}{L} \right),$$

затем – начальные значения для сезонных параметров. Для этого находилось среднее по каждому году:

$$A_p = \frac{\sum_{i=1}^4 y_i}{4}, \quad p = 1, 2,$$

и вычислялись сезонные параметры:

$$I_i = \frac{1}{2} \left( \frac{y_i}{A_1} + \frac{y_{i+12}}{A_2} \right), \quad i = 1 \text{ означает январь, } i = 2 - \text{февраль, } \dots, i = 12 - \text{декабрь.}$$

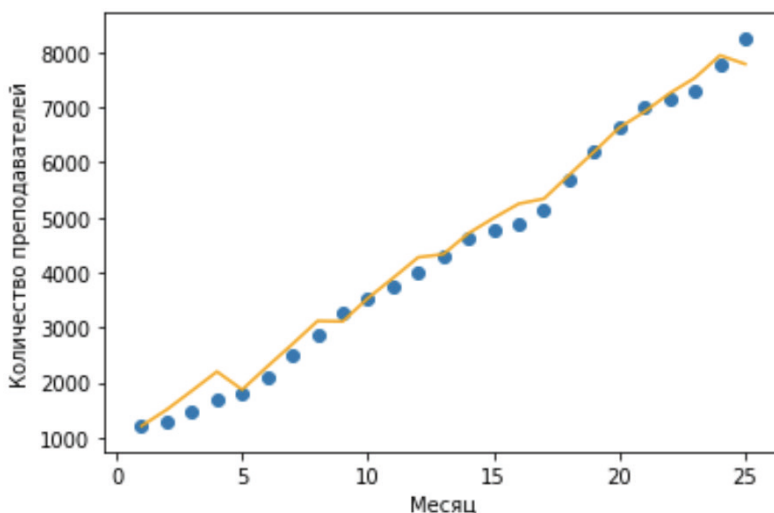


Рис.2. График тройного экспоненциального сглаживания: желтая кривая – результат сглаживания; синие точки – фактическое число преподавателей в каждом месяце



После проведения расчетов по приведенным выше формулам и подбора гиперпараметров удалось достичь точности со средней абсолютной ошибкой  $MAE=170$  учителей. На рисунке 2 кривая изображает результат сглаживания  $S_t$ , а точки – фактические значения  $y_t$ . Для сравнения, модель обычного экспоненциального сглаживания имеет  $MAE=320$ . Это показывает эффективность учета сезонности и тренда для прогнозирования временных рядов в интересах онлайн-школы.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, оценивая качество прогнозов всех построенных моделей средней абсолютной ошибкой, получаем, что лучшей моделью является прогноз с использованием коэффициентов оттока и притока. Такая модель позволяет моделировать изменение числа учителей и эффективно прогнозировать необходимое их количество.

### *Литература*

1. *Winters P.R.* Forecasting sales by exponentially weighted moving averages // *Management Science*. – 1960. – Vol. 6. – № 3.
2. *NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods*, <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>, 2012
3. *Лукашин Ю.П.* Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. – М.: Финансы и статистика, 2003.



## Predicting the Number of Teachers Needed at Online-School

### **Gleb B. Sologub\***

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5657-4826>

e-mail: [glebsologub@ya.ru](mailto:glebsologub@ya.ru)

### **Vyacheslav A. Pukhov\*\***

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8078-6386>

e-mail: [csguard26@gmail.com](mailto:csguard26@gmail.com)

### **Leonid S. Tsyplenkov\*\*\***

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6010-1223>

e-mail: [leonidtsyplenkov@gmail.com](mailto:leonidtsyplenkov@gmail.com)

The article describes an approach to forecasting the number of teachers to hire by an online English language school, based on an analysis of historical data on the lessons using linear regression and triple exponential smoothing models.

**Keywords:** time series, time series analysis, time series prediction, online education.

### **For citation:**

Sologub G.B., Pukhov V.A., Tsyplenkov L.S. Predicting the Number of Teachers Needed at Online-School. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2020. Vol. 10, no. 2, pp. 39–48. DOI:10.17759/mda.2020100203 (In Russ., abstr. in Engl.).

### **References**

1. Winters P.R. Forecasting sales by exponentially weighted moving averages // *Management Science*, 1960. Vol. 6. № 3.
2. *NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods*, <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>, 2012
3. Lukashin Yu.P. Adaptivniye metody kratkosrochnogo prognozirovaniya vremennykh ryadov = Adaptive methods for short-term time series forecasting. *Finansy i statistika = Finance and Statistics*, 2003.

\***Gleb B. Sologub**, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the Department of Mathematical Cybernetics, Institute of Information Technologies and Applied Mathematics, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5657-4826>, e-mail: [glebsologub@ya.ru](mailto:glebsologub@ya.ru)

\*\***Vyacheslav A. Pukhov**, undergraduate student of the Institute of Information Technology and Applied Mathematics, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8078-6386>, e-mail: [csguard26@gmail.com](mailto:csguard26@gmail.com)

\*\*\***Leonid S. Tsyplenkov**, undergraduate student of the Institute of Information Technology and Applied Mathematics, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6010-1223>, e-mail: [leonidtsyplenkov@gmail.com](mailto:leonidtsyplenkov@gmail.com)

## ◇◇◇◇ ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ ◇◇◇◇

УДК 004.89; 616-002

### Использование нейросетевых подходов в диагностировании заболеваний

**Ахмед С.Х.\***

Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет),  
г. Москва, Российская Федерация  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5057-4510>  
e-mail: [untronix@outlook.com](mailto:untronix@outlook.com)

**Скородумов С.В.\*\***

Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет),  
г. Москва, Российская Федерация  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0442-2206>  
e-mail: [skorodum@gmail.com](mailto:skorodum@gmail.com)

Работа направлена на демонстрацию возможности применения нейросетевых подходов к диагностированию заболеваний на примере диагностики коронавируса. Проводится исследование тенденции распространения коронавируса, на основании данных, предоставляемых ВОЗ. Делаются выводы о возможности применения данных подходов.

**Ключевые слова:** нейронные сети, многослойные сети, сверточные нейронные сети, матрица ошибок, ВОЗ, коронавирус.

**Для цитаты:**

*Ахмед С.Х., Скородумов С.В.* Использование нейросетевых подходов в диагностировании заболеваний // Моделирование и анализ данных. 2020. Том 10. № 2. С. 49–61.  
DOI: [10.17759/mda.2020100204](https://doi.org/10.17759/mda.2020100204)

\**Ахмед Самир Халид*, бакалавр Московского Авиационного Института (национального исследовательского университета), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5057-4510>, e-mail: [untronix@outlook.com](mailto:untronix@outlook.com)

\*\**Скородумов Станислав Владимирович*, доцент кафедры 806 Московского Авиационного Института (национального исследовательского университета), г. Москва, Российская Федерация, e-mail: [skorodum@gmail.com](mailto:skorodum@gmail.com)





## 1. ВВЕДЕНИЕ

В данной работе затрагивается актуальная, на сегодняшний день, задача обнаружения у пациента опасного заболевания – коронавируса, при помощи нейросетевых подходов. Вообще, применение искусственного интеллекта в медицине уже не ново. Стоит вспомнить одну из канонических задач машинного обучения – обнаружение у пациента рака, по размеру опухоли, или, к примеру, обнаружение болезни Паркинсона на основе сверточных нейронных сетей [1]. Также невозможно не упомянуть решение, представленное корпорацией IBM – IBM Watson [2]. Все они уже используются на практике и демонстрируют хорошие результаты в своих задачах.

Начало 2020 года ознаменовало собой возникновение новой угрозы – COVID-19, более известного как коронавирусная инфекция. Она проявила себя еще в ноябре 2019 года, в провинции Ухань, в Китае, и с тех пор успела охватить весь мир. На Рис. 1 показана тенденция распространения данного заболевания в некоторых странах с 20 марта по 1 апреля 2020 года. Более подробный анализ можно найти в [3].

### Сравнение распространения вируса

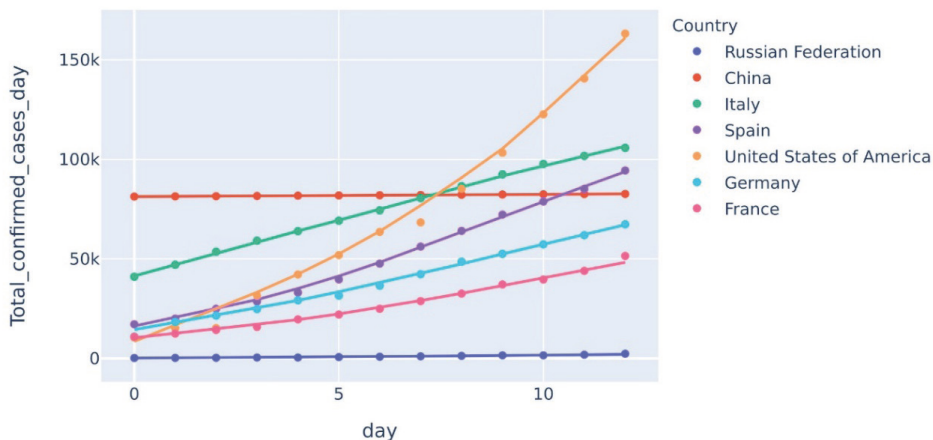


Рис. 1. Тенденция распространения коронавируса в России, Китае, Италии, США и других странах

Стоит отметить экспоненциальный характер тенденции распространения заболевания для стран Европы и Америки, что в действительности совпадает с текущим положением дел. Также немаловажно отметить, что Китай после бурного роста в начале, что, к сожалению, не попало в отмеченный период, показывает малый, едва заметный, прирост, что означает, что в Китае прошел пик заболевания. При этом на фоне остальных стран, показатели Российской Федерации не кажутся столь устрашающими, даже несмотря на заметный прирост заболевших. Однако при бо-



лее детальном рассмотрении, можно сделать вывод, что процесс распространения в России набирает обороты. Это начинает становиться заметным уже на Рис. 2. При первом взгляде бросается в глаза тенденция роста заболевших у США, что наводит на мысль о том, что меры по предотвращению данной ситуации были приняты, к сожалению, поздно. Положительным моментом является тренд Италии и Германии, который дает понять, что на текущий момент у них намечен спад. По темпам возникновения новых случаев заболевания Российская Федерация уже перегнала Китай, что является тревожным звонком.

### Новые случаи

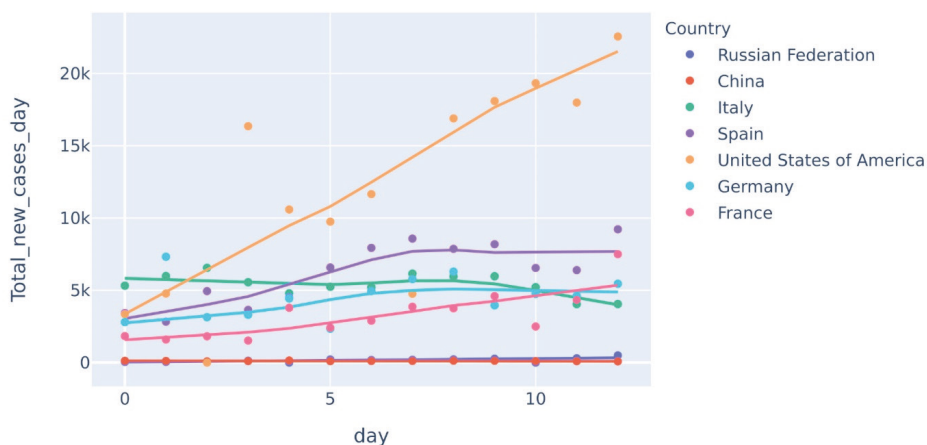


Рис. 2. Темпы обнаружения новых заболевших

Рис. 3 демонстрирует график действительного прироста числа, заболевших за двухнедельный период времени. На нем заметен характер изменения числа объектов с рассматриваемым диагнозом. Вырисовывается некоторый шаблон поведения исследуемой величины – после бурного роста следует однодневный период относительной стагнации, после которого следует дальнейший бурный, почти экспоненциальный рост. При этом период между этими паттернами увеличивается. Но двухнедельный период слишком мал для построения точной математической модели тенденции вируса в нашей стране.

Большинство государств для решения проблемы пандемии COVID-19 используют стратегию карантина и режима самоизоляции, а на врачей ложится огромная нагрузка по обеспечению необходимых мероприятий по поддержанию здоровья людей. На наш взгляд данная ситуация заставляет задуматься о внедрении новых систем обеспечения медицинских услуг, которые будут способны решить следующие проблемы:



### Итоговое кол-во подтвержденных случаев

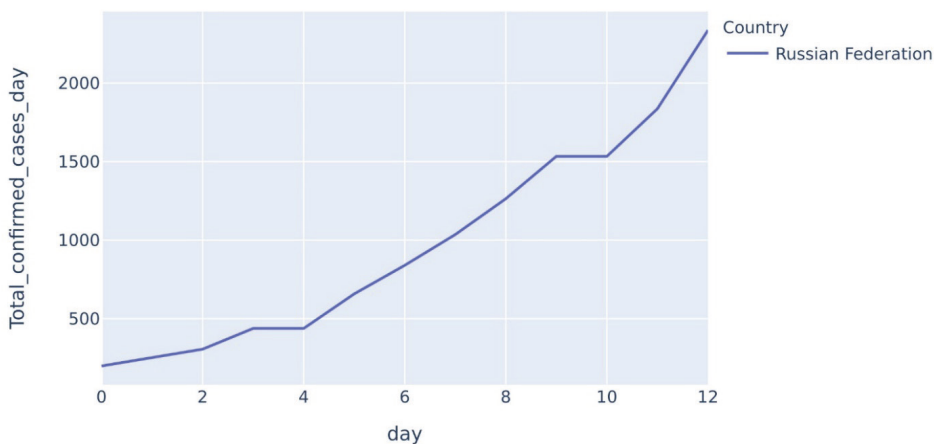


Рис. 3. Реальное положение дел в России в период с 20 марта по 1 апреля 2020 г.

1. Снизить нагрузку на врачей, за счет смены канала общения и перекладывания некоторых задач на механизмы искусственного интеллекта
2. Уменьшить время пребывания людей в поликлиниках и больницах
3. Сделать систему прозрачной и централизованной, для обеспечения единого информационного пространства
4. Обеспечение сохранности данных, за счет современных технологий хранения данных (например, blockchain)

Для этого необходимо доказать возможность применения нейросетевых подходов в медицинских задачах, на что и нацелена данная статья. Это будет продемонстрировано на примере решения задачи диагностирования коронавируса по флюорографии пациента. Данное решение не претендует быть исчерпывающим, являясь своего рода лишь академическим примером возможности построения такого вида систем. Прежде чем переходить к описанию самого решения, необходимо дать несколько важных определений, а также описать используемые архитектуры нейросетей.

## 2. СВЕРТОЧНЫЕ НЕЙРОННЫЕ СЕТИ

Дадим краткое описание архитектуры, следуя работе [4]: основной идеей сверточной архитектуры сетей состоит в том, что обработка участка изображения очень часто должна проходить независимо от конкретного расположения этого участка. Сеть делает предположение: покроем вход небольшими окнами и будем выделять признаки в каждом окне небольшой нейронной сетью, причем признаки в каждом окне будут выделяться те же. Затем эти окна мы будем заменять центральным пикселем и на ней можно применить второй слой и т.д. Иначе говоря мы сворачиваем наше

изображение, каждый раз уменьшая размерности полученных карт признаков. Это операция, по понятным причинам носит название свертка.

$$y_{i,j}^l = \sum_{-d \leq a,b \leq d} W_{a,b} * x_{i+a,j+b}^l \quad (1.1)$$

где  $y_{i,j}^l$  – результат свертки на уровне  $l$ ;

$x_i^l$  – ее вход, выход всего предыдущего слоя;

$W_{a,b}$  матрица весов  $(2d+1)*(2d+1)$ .

Формально, наше окно скалярно умножается на тензор свертки. Пример операции свертки показан на Рис. 4. Начиная с Рис. 4 и проходя по разделу, связанному с описанием работы архитектур, рисунки были заимствованы у источника [4].

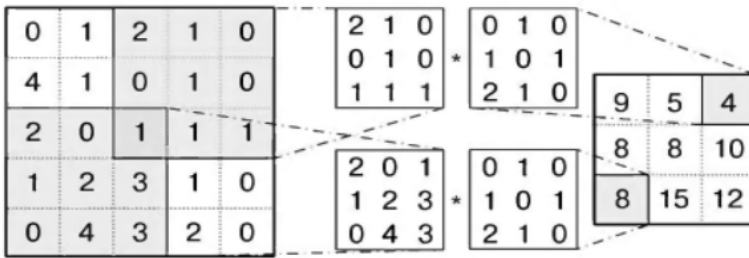


Рис. 4. Пример подсчета результат свертки [4].

Это преобразование обладает следующими свойствами:

- Сохраняет структуру входа.
- Разреженность.
- Использует один и тот же набор весов.
- Естественный регуляризатор

Помимо линейной свертки и следующей за ней нелинейности есть еще одна очень важная операция: субдискретизация. Ее смысл прост: в сверточных сетях исходят из предположения, что наличие или отсутствие того или иного признака гораздо важнее, чем его точные координаты (см. Рис. 5). Обычно на практике используется операция max pooling [4].

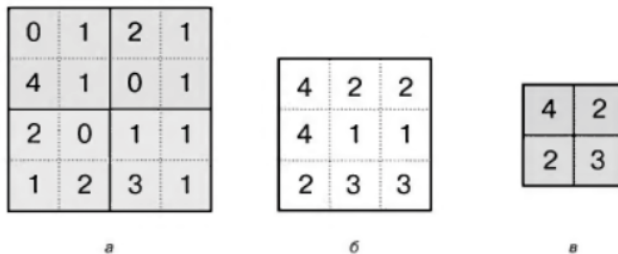


Рис. 5. Пример субдискретизации с окном размера 2x2 [4]



Стандартный слой сверточной сети состоит из трех компонентов:

1. Свертка в виде линейного отображения, выделяющая локальные признаки
2. Нелинейная функция, примененная покомпонентно к результатам свертки
3. Субдискретизация, которая обычно сокращает геометрический размер получившихся тензоров.

Схема такого слоя представлена на Рис. 6:

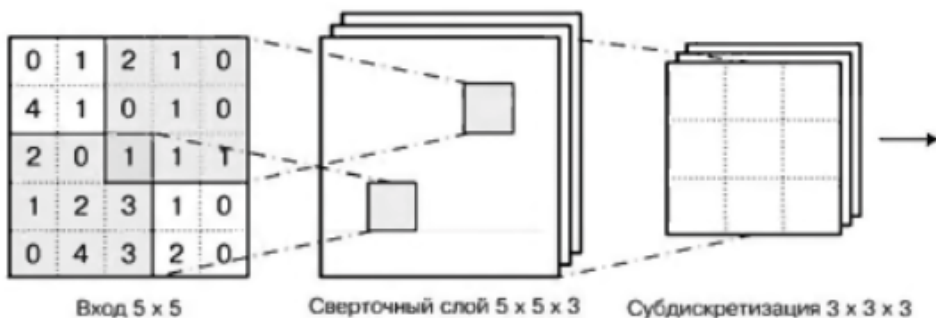


Рисунок 6. Пример сверточного слоя [4]

Следует обратить внимание на Рис 6. По сравнению с картинкой, на входе размерность тензора увеличилась: сверточная сеть обычно обучает сразу несколько карт признаков на каждом слое (на Рис. 6 три). Более подробно о процессе обучения этих сетей можно узнать в [4].

### 3. VGG

VGG является разработкой Группы визуальной геометрии Оксфордского университета. По факту это общее название двух конфигураций сетей на 16 и 19 слоев. В этой статье основной упор будет делаться на описании архитектуре с 16 слоями.

Что примечательного в данной архитектуре? Для этого следует сказать о том, как выстраивались архитектуры до VGG-16.

В качестве сверток использовались свертки размером 7x7 с шагом 2 или же 11x11 с шагом 3. Это было сделано с целью увеличить рецепторную способность сети, охватывая большую часть изображения. При этом соответственно увеличивалось число весов, что усложняло процесс обучения и сходимости сети. Ученые из Оксфордского Университета решили эту проблему, разбив сетку 7x7 на две сетки 3x3, в совокупности, имеющие тоже рецептивное поле, но при этом количество весов гораздо меньше 27 против 49. То есть при увеличении глубины сети, мы будем иметь меньшее количество весов. Как следствие разбиения большой свертки на меньшие дала внести нелинейность между такими слоями, увеличивая разрешающую способность сети.

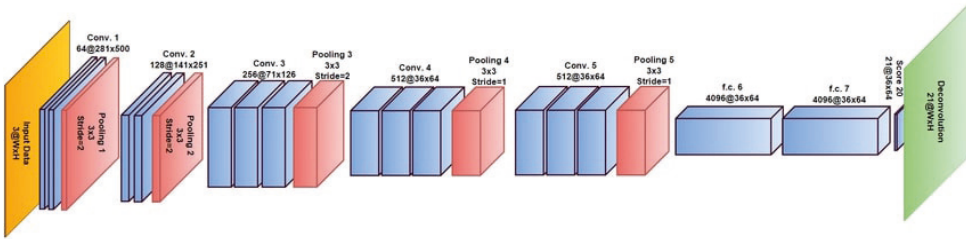


Рис. 7. Архитектура VGG-16

Синими блоками обозначены слои свертки, красными – слои субдискретизации  
Стоит обратить внимание на то, что

- В сети идут по две-три свертки друг за другом без слоя субдискретизации
- Число карт признаков постепенно растет на более глубоких слоях

Это все ведет к тому, что мы сильно уменьшаем размерность исходного входа / изображения, параллельно порождая большее число объектов меньшего размера. В конце сети мы имеем практически сплюсненный вход, который мы растягиваем полносвязной сеткой.

Данная архитектура в 2014 году одержала победу в одной из номинаций ImageNet Large Scale Visual Recognition Competition [5].

## 4. ОСТАТОЧНОЕ ОБУЧЕНИЕ

Как показала практика, очень глубокие сети дают результат хуже чем менее глубокие. Увеличение ошибки наблюдается и на тестовом и даже на тренировочном наборе. Это частично обусловлено проблемой затухания градиентов при обратном распространении ошибок. Для решения проблемы деградации, Microsoft Research предложила идею: глубокое остаточное обучение [6]. Основное отличие от базовой модели в том, что в остаточном блоке существует прямая связь между выходом предыдущего слоя и следующим слоем, обходя некоторое преобразование. Примеры таких слоев продемонстрированы на Рис. 8.

Формально мы строим отображение. Следуя определению данному выше, а также [4,6]:

$$x^{k+1} = F(x^k) + x^k \quad (1.2)$$

где  $x^{k+1}$  – вход следующего слоя  $k+1$ ;  $x^k$  – вход слоя  $k$ ;  $F(x^k)$  – исходная нелинейность.

Нейронные сети зачастую аппроксимируют некоторую функцию  $R(x)$ . Используя данное отображение, мы требуем, чтобы  $F(x)$  аппроксимировала не функцию  $R(x)$ , а остаток  $R(x) - x$ , что зачастую проще осуществить. В таком случае остаточные связи отвечают за воспроизведение изменения входных аргументов.

Но как это отображение помогает решить проблему затухания градиентов? Давайте формально возьмем производную от данного слоя, следуя [4]:



$$\frac{\partial x^{k+1}}{\partial x^k} = 1 + \frac{\partial F(x^k)}{\partial x^k} \tag{1.3}$$

За счет возникновения остаточной связи, у нас к градиенту добавилась 1. То есть теперь полностью обученный слой не будет влиять на процесс обучения, так как несмотря на то, что его градиенты близки к нулю, за счет остаточной связи, они не будут нулями.

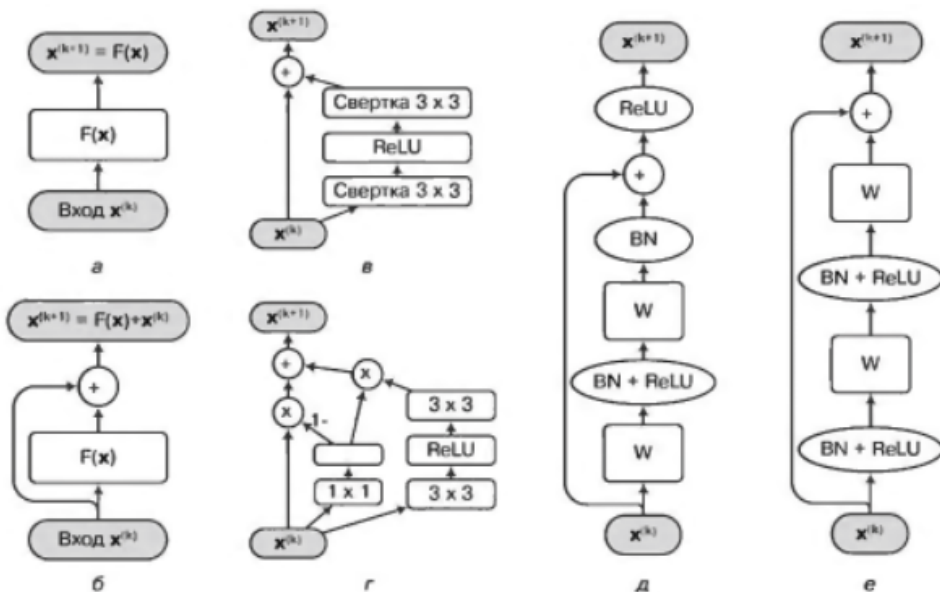


Рис. 8. Вариации остаточного блока и варианты остаточных сетей [4]

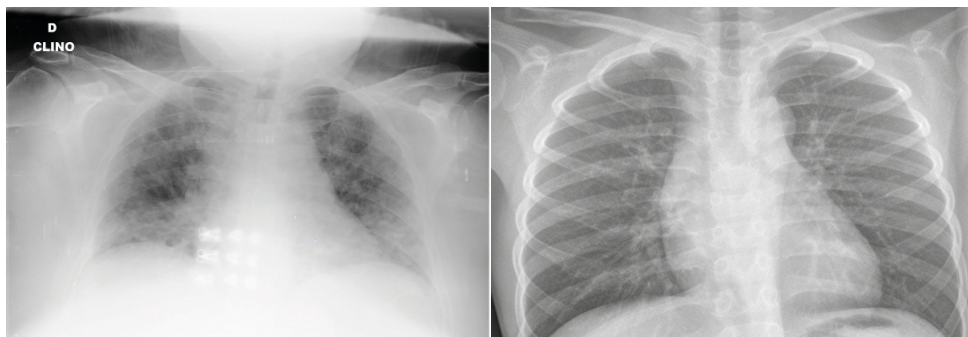
После того как даны необходимые определения пора перейти к рассмотрению самого эксперимента. Более детальное изложение материала можно увидеть в [4,6].

## 5. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Для диагностирования заболевания с помощью нейросетевых подходов был сформирован малый набор данных, содержащий в себе снимки флюорографии здоровых и больных пациентов. В нем содержатся 25 снимков, подтверждающих наличие заболевания, а также 25 снимков с пометкой здоров и 18 фотографий для тестирования. Данный набор, к сожалению, несет в себе лишь академический интерес, так как он слишком мал для полного формирования мнения по данной проблеме, но открывает иной взгляд на решение задачи.

На Рис. 9 приведен пример флюорографии больного и здорового пациента. Данный набор доступен по [3,8].





а) б)  
Рис. 9. Примеры флюорографии больного человека а) и здорового б)

В качестве базовых сетей было решено использовать предобученные сети VGG-16 и ResNet-50. Набор весов был получен путем обучения архитектур на наборе данных ImageNet, после этого, используя подход Transfer Learning [7], мы заменили последний слой на свой, что минимизировало время необходимое на обучение сети, так как вместо обучения всех весов, мы обучали лишь последние слои. Также за счет предобученности нейросетей мы имеем сети с большой обобщающей и выделяющей способностями.

На рис. 10 приведены матрицы ошибок для сравнения качества обученных моделей VGG и ResNet. После эмпирических проверок, многочисленных прогонов, было выявлено, что оптимальным числом эпох для обучения модели является 20 (рассматривались варианты с 20 эпохами, 40 эпохами и 100 эпохами). Для Resnet более оптимальным было число 40 эпох, но так как на этом числе эпох VGG начал явно переобучаться предпочтение отдалось 20 эпохам

Как заметно, данные модели хорошо обучились и смогли правильно классифицировать объекты в 16–17 случаях из 18. Но данные результаты, возможно обусловлены малочисленностью данных, или разделимостью данных (например, при добавлении объектов с простой пневмонией результаты падают до 80 процентов). Но это не показывает, какой же алгоритм лучше решает поставленную задачу. Посмотрим, как они себя вели на этапе обучения и валидации. Для этого взглянем на рис. 11 и 12

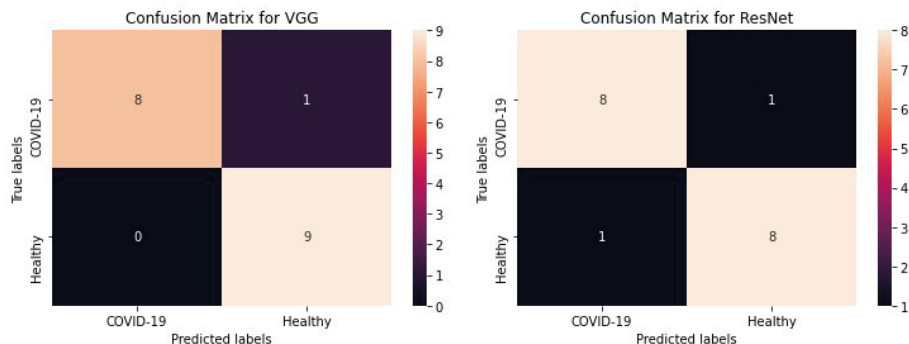
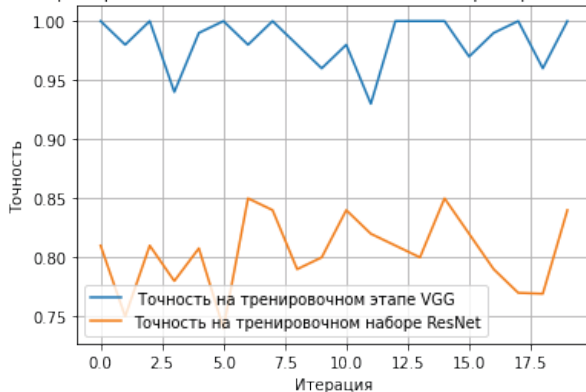


Рис. 10. Матрица ошибок для VGG и ResNet





Точность на тренировочном этапе VGG vs Точность на тренировочном этапе ResNet



Потери во время тренировки VGG vs Потери во время тренировки ResNet

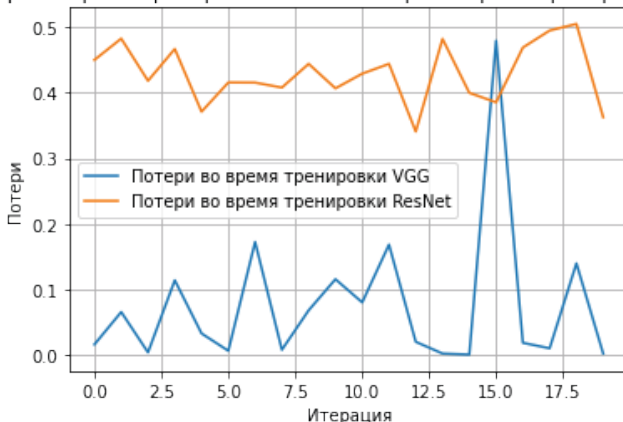


Рис. 11. Поведение моделей на этапе обучения

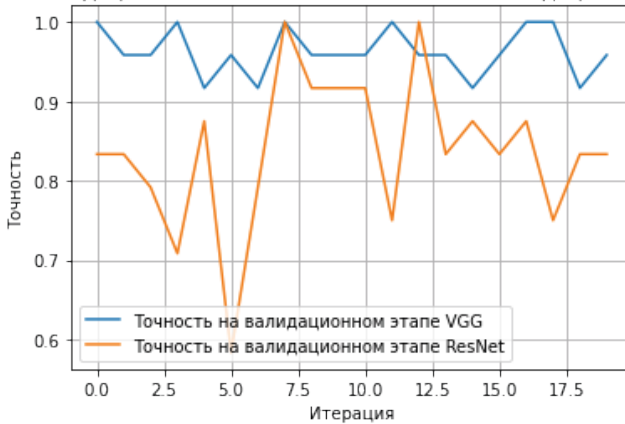
Первое что стоит отметить, это высокие показатели точности на этапе обучения и их процесс стабилизации и сходимости на данном числе итераций. К сожалению, это не столь очевидно при просмотре функции потерь на данном числе эпох: ошибка имеет большую дисперсию на рассматриваемой дистанции. Стоит также заметить, какой прирост точности и убыль функции потерь демонстрирует старенькая модель VGG, существенно превосходя ResNet по этим показателям, что может быть обусловлено количеством обучающих сэмплов или числом эпох. Необходимо сказать, что для воспроизведения сопоставимых результатов ResNet пришлось прогонять несколько раз, что показывает некоторую слабость этой модели при применении ее на малый набор данных или при малом числе итераций. Есть также предположение о некоторой избыточности модели. Данные графики показывают, что обобщение прошло хорошо, что вызвано скорее характером объектов, нежели работой самих моделей.



Стоит сделать замечание, анализ процесса обучения не говорит нам об обобщающей способности алгоритма, но дает нам некоторые инсайды, по поводу того, как оно протекало и насколько оно сошлось к решению.

Чтобы делать выводы о качестве модели, о ее обобщающей способности рассмотрим ее показатели на валидации.

Точность на валидационном этапе VGG vs Точность на валидационном этапе ResNet



Потери во время валидации VGG vs Потери во время валидации Loss ResNet

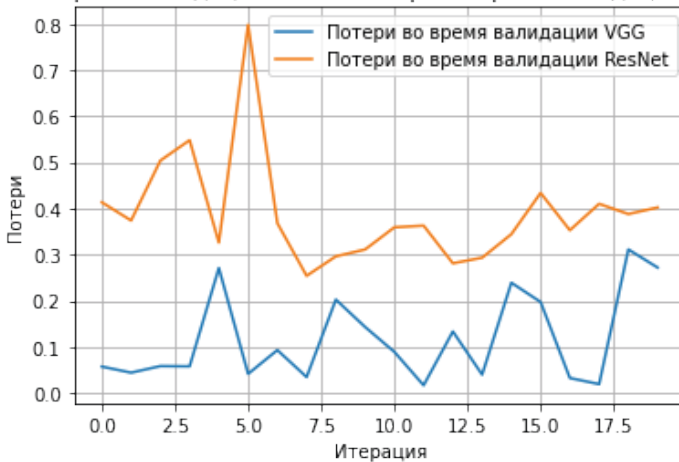


Рис. 12. Показатели моделей на валидации

Смотря на показатели при валидации моделей, стоит заметить, что Resnet на валидации показывает себя нестабильно, что свидетельствует о том, что Resnet не сошелся к окончательному решению за 20 итераций, вероятно, необходимо больше итераций, либо больше примеров, в тоже самое время на данном наборе данных VGG показывает себя стабильнее и в конечном итоге имеет меньшую дисперсию, что отображается на функции потерь.



## 6. ВЫВОДЫ

В данной работе были протестированы нейросетевые алгоритмы VGG-16 и ResNet-50 и подход к обучению Transfer Learning применительно к задачам детектирования патологий на малом наборе визуальных данных [снимках флюорографии]. Результаты показали перспективность нейросетевого подхода на данных задачах. Однако стоит отметить недостаточный размер искомого датасета для построения полноценного детектора. Данная работа прежде всего предназначалась как демонстрация возможности построения подобных систем.

### *Литература*

1. *Andrés Ortiz, Jorge Munilla, Manuel Martínez-Ibañez, Juan M. Górriz, Javier Ramírez and Diego Salas-Gonzalez.* Parkinson's Disease Detection Using Isosurfaces-Based Features and Convolutional Neural Networks // *Front Neuroinform.* 2019;13:48. doi: 10.3389/fninf.2019.00048
2. *IBM Watson Website* [Электронный ресурс] // IBM Watson. URL: <https://www.ibm.com/watson-health>
3. *Github* [Электронный ресурс] // Github. <https://github.com/UntronixOnly/Articles>
4. *Николенко С., Кадурин А., Архангельская Е.* Глубокое обучение // Спб.: Питер, 2019—480 с: ил.
5. *Imagenet* [Электронный ресурс] // Imagenet competition. URL: <http://www.image-net.org/>
6. *Kaiming He, Xiangyu Zhang, Shaoqing Ren, Jian Sun.* Deep Residual Learning for Image Recognition [Электронный ресурс] // ArXiv. URL: <https://arxiv.org/pdf/1512.03385.pdf>
7. *Fuzhen Zhuang, Zhiyuan Qi, Keyu Duan, Dongbo Xi, Yongchun Zhu, Hengshu Zhu, Hui Xiong, Qing He.* A Comprehensive Survey on Transfer Learning [Электронный ресурс] // ArXiv. URL: <https://arxiv.org/pdf/1911.02685.pdf>



## The Use of Neural Network Approaches in the Diagnosis of Diseases

### **Samir Kh. Akhmed\***

Moscow Aviation Institute (National Research University),  
Moscow, Russian Federation  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5057-4510>  
e-mail: [untronix@outlook.com](mailto:untronix@outlook.com)

### **Stanislav V. Skorodumov\*\***

Moscow Aviation Institute (national research University),  
Moscow, Russian Federation  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0442-2206>  
e-mail: [skorodum@gmail.com](mailto:skorodum@gmail.com)

The work is aimed at demonstrating the possibility of using neural network approaches to diagnosing diseases using the example of the diagnosis of coronavirus. A study of the trend in the spread of coronavirus is being conducted, based on data provided by WHO. Conclusions are drawn about the possibility of applying these approaches.

**Keywords:** neural networks, multilayer networks, convolutional neural networks, error matrix, WHO, coronavirus.

### **For citation:**

Ahmed S. Kh., Skorodumov S.V. The Use of Neural Network Approaches in the Diagnosis of Diseases. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2020. Vol. 10, no. 2, pp. 49–61. DOI:10.17759/mda.2020100204 (In Russ., abstr. in Engl.).

### **References**

1. Andrés Ortiz, Jorge Munilla, Manuel Martínez-Ibañez, Juan M. Górriz, Javier Ramírez and Diego Salas-Gonzalez. Parkinson's Disease Detection Using Isosurfaces-Based Features and Convolutional Neural Networks. *Front Neuroinform.* 2019;13:48. doi: 10.3389/fninf.2019.00048
2. IBM Watson Website [Electronic resource]. IBM Watson. URL: <https://www.ibm.com/watson-health>
3. Github [Electronic resource]. Github. <https://github.com/Untronix0nly/Articles>
4. Nikolenko S., Kadurin A., Archangelskaya E. Deep learning // Saint Petersburg: Piter, 2019–480 s: II.
5. Imagenet [Electronic resource]. Imagenet competition. URL: <http://www.image-net.org/>
6. Kaiming He, Xiangyu Zhang, Shaoqing Ren, Jian Sun. Deep Residual Learning for Image Recognition [Electronic resource]. ArXiv. URL: <https://arxiv.org/pdf/1512.03385.pdf>
7. Fuzhen Zhuang, Zhiyuan Qi, Keyu Duan, Dongbo Xi, Yongchun Zhu, Hengshu Zhu, Hui Xiong, Qing He. A Comprehensive Survey on Transfer Learning [Electronic resource]. ArXiv. URL: <https://arxiv.org/pdf/1911.02685.pdf>

\***Akhmed Samir Khalid**, Bachelor of the Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow. Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5057-4510>, e-mail: [untronix@outlook.com](mailto:untronix@outlook.com)

\*\***Skorodumov Stanislav Vladimirovich**, Associate Professor, Chair 806, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation, e-mail: [skorodum@gmail.com](mailto:skorodum@gmail.com)

## ◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇ МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇

УДК 517.8

### Разработка модифицированного самоорганизующегося миграционного алгоритма оптимизации (MSOMA)

**Пантелеев А.В.\***

Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет),  
г. Москва, Российская Федерация  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2493-3617>  
e-mail: [avpanteleev@inbox.ru](mailto:avpanteleev@inbox.ru)

**Ракитянский В.М.\*\***

Московский авиационный институт (национальный исследовательский  
университет), г. Москва, Российская Федерация  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7894-7462>  
e-mail: [rymbelv@gmail.com](mailto:rymbelv@gmail.com)

В статье рассматривается модифицированный самоорганизующийся миграционный алгоритм (MSOMA), созданный на основе самоорганизующегося миграционного алгоритма (SOMA). Сформирован алгоритм решения задачи нахождения глобального условного экстремума функции многих переменных на заданном параллелепипедном множестве допустимых решений. Приведены примеры, иллюстрирующие применение созданного алгоритма и соответствующего программного обеспечения.

**Ключевые слова:** алгоритм глобальной оптимизации, миграционный цикл, популяция, индивид, тестовые задачи

**Для цитаты:**

Пантелеев А.В., Ракитянский В.М. Разработка модифицированного самоорганизующегося миграционного алгоритма оптимизации (MSOMA) // Моделирование и анализ данных. 2020. Том 10. № 2. С. 62–73. DOI: [10.17759/mda.2020100205](https://doi.org/10.17759/mda.2020100205)

\***Пантелеев Андрей Владимирович**, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математической кибернетики института «Информационные технологии и прикладная математика» Московского авиационного института (национального исследовательского университета), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2493-3617>, e-mail: [avpanteleev@inbox.ru](mailto:avpanteleev@inbox.ru)

\*\***Ракитянский Владислав Максимович**, студент бакалавриата института «Информационные технологии и прикладная математика» Московского авиационного института (национального исследовательского университета), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7894-7462>, e-mail: [rymbelv@gmail.com](mailto:rymbelv@gmail.com)



## 1. ВВЕДЕНИЕ

При разработке модифицированного самоорганизующегося миграционного алгоритма оптимизации (MSOMA) использовалась базовая версия алгоритма SOMA [1]. SOMA – самоорганизующийся миграционный алгоритм, который может быть классифицирован, как эволюционный алгоритм оптимизации, основанный на самоорганизующемся поведении групп индивидов в социальном окружении.

Алгоритм реализуется следующим образом:

- 1) индивиды (потенциальные решения задачи) случайно генерируются согласно заданным ограничениям, задающим множество допустимых решений;
- 2) реализуется миграционный цикл – изменение позиций индивидов в пространстве поиска относительно индивида-лидера с наилучшим значением целевой функции.

Циклы продолжаются, пока не будут достигнуты критерии остановки.

Начиная с 1999 года, когда SOMA был представлен [1–2], были проведены различные исследования и найдены следующие области применения алгоритма [3]: создание и контроль химических реакций, контроль реакций плазмы, проектирование крыльев самолета, оптимизация хаотических систем и др.

Модификации заключаются в выделении среди индивидов, образующих популяцию, трех лидеров. Для каждого из членов популяции генерируются два клон с той же позицией. Тем самым порождаются три популяции, каждая из которых реализует миграционный цикл относительно своего лидера. Для всех членов популяции находятся наилучшие положения, достигнутые в течение цикла. В процессе поиска популяция регулярно обновляется за счет новых индивидов, генерируемых на множестве допустимых решений. Они замещают выбывающих индивидов с наихудшими значениями целевой функции. После выполнения условий окончания производится уточняющий поиск (миграционный цикл), в котором участвуют три оставшихся лидера популяции. В качестве решения предьявляется наилучший результат.

Модификации соответствуют основным идеям, применяемым в известных метаэвристических алгоритмах глобальной оптимизации и их приложениях при решении задач оптимального управления [4, 5].

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Дана целевая функция  $f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , определенная на множестве допустимых решений  $D \subseteq R^n$ .

Требуется найти глобальный условный минимум функции  $f(x)$  на множестве  $D$ , т.е. такую точку  $x^* \in D$ , что

$$f(x^*) = \min_{x \in D} f(x),$$

где  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ ,  $D = \{x | x_i \in [a_i, b_i], i = 1, 2, \dots, n\}$ .

Задача поиска глобального условного максимума функции  $f(x)$  на множестве  $D$  сводится к задаче поиска минимума путем замены знака перед функцией на противоположный.



### 3. СТРАТЕГИЯ ПОИСКА РЕШЕНИЯ

При решении задачи используются конечные наборы  $I = \{x^j = (x_1^j, x_2^j, \dots, x_n^j)^T, j = 1, 2, \dots, Np\} \subset D$  возможных решений, называемые популяциями, где  $x^j$  – индивид с номером  $j$ ,  $Np$  – размер популяции.

Самоорганизующийся миграционный алгоритм имитирует эволюцию начальной популяции  $I_0 = \{x^j, j = 1, 2, \dots, Np | x^j = (x_1^j, x_2^j, \dots, x_n^j)^T \in D\}$  и представляет собой итерационный процесс, исследующий множество  $D$ .

Начальная популяция создается из индивидов со случайно сгенерированными координатами  $x_i$  из промежутка  $[a_i, b_i], i = 1, \dots, n$ .

Далее реализуются миграционные циклы. Перед каждым циклом индивиды упорядочиваются и выявляются три лидера – индивиды с наилучшим значением целевой функции  $f(x)$ . У каждого индивида создаются по два индивида-клона с такими же координатами. Таким образом, создается 3 популяции суммарного размера  $K = 3 * Np$ . Каждая из популяций движется относительно одного из трех лидеров. В этих циклах все индивиды последовательно с некоторой величиной шага двигаются к своему лидеру и за него на некоторое расстояние. При этом лидер остается неподвижным. Затем выбирается та позиция индивида, которой соответствует наилучшее значение целевой функции, полученное в процессе поиска. Эта позиция записывается в следующую популяцию размера  $K$ . После записи всех индивидов в новую популяцию из нее удаляются  $2 * Np + \left[ \frac{1}{3} * Np \right]$  индивидов с худшим значением целевой функции  $f(x)$ . Затем генерируются  $\left[ \frac{1}{3} * Np \right]$  новых индивидов по правилам формирования начальной популяции для дополнения популяции до изначального размера  $Np$  с целью обновления популяции и исследования новых областей в множестве допустимых решений.

Алгоритм продолжается до тех пор, пока среднее отклонение по величине функции между тремя лидерами популяции не станет меньше заранее заданного значения или пока не реализуется максимальное число миграционных циклов. Тогда проводится уточняющий миграционный цикл для трех лидеров популяции относительно абсолютного лидера и возвращается лучшее значение, найденное в процессе поиска.

### 4. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

**Шаг 1.** Задать параметры метода:

- 1)  $NStep$  – контролирующий параметр, определяющий количество шагов до окончания движения.
- 2)  $PRT$  – контролирующий параметр, определяющий, будет ли индивид двигаться по выбранной координате к лидеру. Рекомендуемое значение 0,1.
- 3)  $Np$  – контролирующий параметр, определяющий размер популяции особей. Рекомендуемое значение  $Np > 10$ .
- 4)  $Migration$  – останавливающий параметр, показывающий максимальное количество итераций. Рекомендуемое значение  $Migration > 10$ .



- 5) *MinDist* – останавливающий параметр, отражающий величину среднего отклонения между тремя лидерами популяции по величине функции. Если эта величина меньше заданной, алгоритм остановится. Возможно задание любого значения (при отрицательном значении условие не выполнится, и поиск остановится по достижении максимального числа миграционных циклов).
- 6) *MCount* – счетчик итераций, необходимый для остановки алгоритма при достижении им числа *Migration*. Положить его равным нулю ( $MCount = 0$ ).

**Шаг 2. Создание начальной популяции.**

Создание популяции индивидов со случайно сгенерированными координатами  $x_i$  из промежутка  $[a_i, b_i]$ :

$$x_i^j = a_i + rand_i [0,1] * (b_i - a_i), \quad j = 1, \dots, Np; \quad i = 1, \dots, n.$$

**Шаг 3. Миграционный цикл.**

Шаг 3.1. Каждый индивид оценивается с помощью целевой функции и выбираются лидеры (особи с лучшими значениями). Для этого популяция сортируется в порядке неубывания целевой функции:  $\{x^1, \dots, x^{Np}\}$ . Затем из нее выбираются первые три особи с наименьшим значением целевой функции.

Шаг 3.2. Для всех индивидов создаются два «клона» – индивида с такими же координатами:

$$\text{для всех } j = 1, \dots, Np : x_i^{Np+j} = x_i^j, \quad x_i^{2*Np+j} = x_i^j, \quad i = 1, \dots, n.$$

Шаг 3.3. Перед началом движения каждого индивида к одному из лидеров генерируется случайное число для каждой координаты индивида, а затем сравнивается с *PRT*:

$$\text{если } rnd_i < PRT, \text{ то } PRTVector_i = 1 \text{ иначе } , i = 1, \dots, n.$$

Шаг 3.4. Затем все остальные особи начинают движение к соответствующему лидеру. Движение происходит по шагам, пока не будет достигнута конечная позиция на итерации под номером *NStep*, по следующей формуле:

- для первого лидера:

$$x^{j,m} = x^j + \frac{(x^1 - x^j)}{2 * NStep} m_1 PRTVector, \quad m_1 = 0, 1, \dots, 4 * NStep, \quad j = 1, \dots, Np;$$

- для второго лидера:

$$x^{j,m} = x^j + \frac{(x^2 - x^j)}{Nstep} m_2 PRTVector, \quad m_2 = 0, 1, \dots, 2 * NStep, \quad j = (Np + 1), \dots, (2 * Np);$$

- для третьего лидера:

$$x^{j,m} = x^j + \frac{(x^3 - x^j)}{\left[ \frac{NStep}{2} \right]} m_3 PRTVector, \quad m_3 = 0, 1, \dots, NStep, \quad j = (2 * Np + 1), \dots, K,$$

где  $K = 3 * Np$ .

Шаг 3.5. После всех выполненных шагов для каждого индивида находится наилучшая позиция (на которой значение целевой функции было наименьшим), а инди-





вид становится на эту позицию, присваивая себе соответствующие значения координат, после чего переходит в следующую популяцию:

– для первого лидера:

$$x^{j,New} = \operatorname{argmin}_{m_1=0,1,\dots,4*NStep} f(x^{j,m_1}), \quad j=1,\dots,Np;$$

для второго лидера:

$$x^{j,New} = \operatorname{argmin}_{m_2=0,1,\dots,2*NStep} f(x^{j,m_2}), \quad j=(Np+1),\dots,(2*Np);$$

– для третьего лидера:

$$x^{j,New} = \operatorname{argmin}_{m_3=0,1,\dots,NStep} f(x^{j,m_3}), \quad j=(2*Np+1),\dots,K,$$

где  $K = 3 * Np$ .

Иллюстрация миграционного цикла приведена на рис. 1.

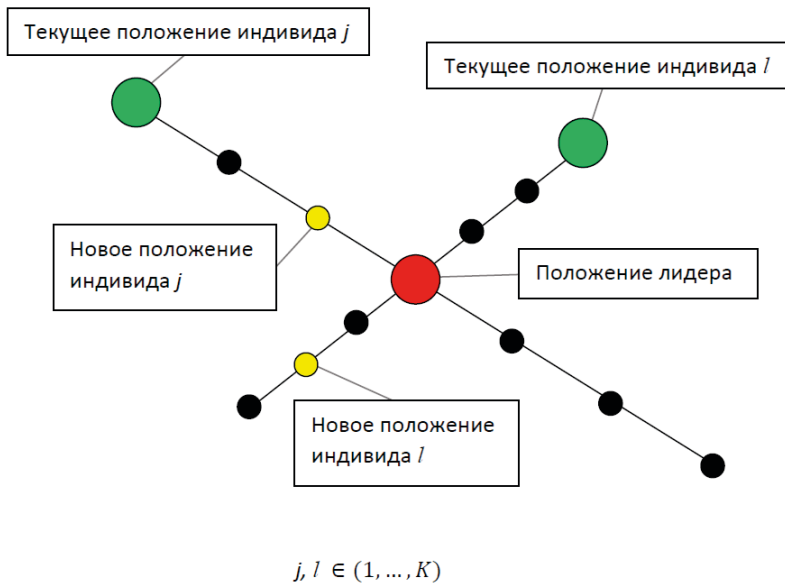


Рис. 1. Миграционный цикл

**Шаг 4.** Тест на остановку алгоритма.

Если  $\sqrt{\frac{1}{2} \sum_{j=2}^3 [f(x^j) - f(x^1)]^2} \geq \text{MinDist}$  и  $MCount < Migration$ , т.е. предельное число миграций ( $Migration$ ) не достигнуто, то необходимо перейти к шагу 5, иначе перейти к шагу 6.

**Шаг 5.** Обновление популяции.

Шаг 5.1. Отсортировать всех индивидов по неубыванию целевой функции:

$$\{x^1, \dots, x^K \mid f(x^k) \leq f(x^{k+1})\}, \quad k=1, \dots, K-1.$$



Шаг 5.2. Удалить последних  $2 * Np + \left\lceil \frac{1}{3} * Np \right\rceil$  особей, тем самым оставить только  $\{x^1, \dots, x^{\lceil \frac{2}{3} * Np \rceil}\}$ .

Шаг 5.3. Создать  $\left\lceil \frac{1}{3} * Np \right\rceil$  новых особей:

$$x_i^j = a_i + rand_i [0,1] * (b_i - a_i), \quad j = \left\lceil \frac{2}{3} * Np \right\rceil, \dots, Np; \quad i = 1, \dots, n.$$

Шаг 5.4. Увеличить счетчик числа итераций:  $MCount = MCount + 1$ .

Шаг 5.5. Перейти к шагу 3.

### Шаг 6. Уточнение и остановка алгоритма.

Шаг 6.1. Увеличить параметр  $NStep$  и реализовать миграционный цикл для второго и третьего лидеров относительно первого лидера:

$$NStep = 10 * NStep,$$

$$x^{j,m} = x^j + \frac{(x^1 - x^j)}{\left\lceil \frac{NStep}{2} \right\rceil} mPRTVector, \quad j = 1, 2, 3.$$

Шаг 6.2. Найти новые позиции лидеров:

$$x^{j,New} = \underset{m=0,1,\dots,NStep}{\operatorname{argmin}} f(x^{j,m}), \quad j = 1, 2, 3.$$

Шаг 6.3. Возвращение лучшего решения из найденных в процессе поиска:

$$x^{ans} = \underset{j=1,2,3}{\operatorname{argmin}} f(x^j).$$

## 5. ПРИМЕРЫ ДЛЯ ТЕСТОВЫХ ФУНКЦИЙ

Предложенный алгоритм MSOMA реализован на языке python (ссылка на реализацию: <https://github.com/Vradislav/MSOMA>). Для тестирования использован стандартный набор тестовых функций со сложной структурой линий уровня.

### 1. Функция Изема

Целевая функция  $f(x) = -\cos(x_1) \cos(x_2) \exp\left(-\left((x_1 - \pi)^2 + (x_2 - \pi)^2\right)\right)$ , множество допустимых решений  $x_1, x_2 \in [-100, 100]$ , глобальный минимум:  $x^* = (\pi; \pi)^T$ ,  $f(x^*) = -1$ .

Лучшее приближение:

```

min f(x) = -1.0
x* = [3.14159266 3.14159265]
loop = 9
--- run time 1.2546403408050537 seconds ---

```



Таблица 1.1

**Статистика по 100 запускам MSOMA:**

Параметры					$\bar{f}$	Наименьшая величина $f$	$\overline{\sigma_f}$
<i>NStep</i>	<i>PRT</i>	<i>NP</i>	<i>Migra- tion</i>	<i>MinDist</i>			
30	0.4	800	40	$10^{-6}$	-0.604447390346022	-1.0	0.4671167934008718
50	0.4	1000	30	$10^{-6}$	-0.767532782657726	-1.0	0.4102030607415138
60	0.4	1500	40	$10^{-6}$	-0.851652624382647	-1.0	0.2924270375565159
60	0.4	2000	40	$10^{-6}$	-0.969999953334970	-1.0	0.2686198843558043
40	0.4	3000	40	$10^{-10}$	-0.9699999966223	-1.0	0.2306567303311588
100	0.6	3000	40	$10^{-15}$	<b>-1.0</b>	<b>-1.0</b>	<b>0</b>

Среднее время одного запуска MSOMA с параметрами, соответствующими наилучшему значению в таблице 1.1 (выделено полужирным) равно 127.7654502153396 с.

Таблица 1.2

**Статистика по 100 запускам SOMA с близкими к наилучшим параметрами:**

Параметры					$\bar{f}$	Наименьшая величина $f$	$\overline{\sigma_f}$
<i>NStep</i>	<i>PRT</i>	<i>NP</i>	<i>Migra- tion</i>	<i>Min- Dist</i>			
600	0.6	12000	50	$10^{-8}$	-0.7699999966223	-0.9999998466342431	0.2534421942959418

Среднее время одного запуска SOMA из таблицы 1.2 равно 542.9886940987 с.

**2. Функция «Птица»**

Целевая функция

$f(x) = \sin x_1 \exp((1 - \cos x_2)^2) + \cos x_2 \exp((1 - \sin x_1)^2) + (x_1 - x_2)^2$ , множество допустимых решений  $x_1, x_2 \in [-2\pi, 2\pi]$ , глобальный минимум:  $x^* = (-1, 5708; -3, 1416)^T$  или  $x^* = (4, 7124; 3, 1416)^T$ ,  $f(x^*) = -106, 7645$ .

Лучшее приближение:

```
min f(x) = -106.76453675
x* = [4.70104503 3.15293953]
loop = 8
--- run time 0.18852782249450684 seconds ---
```

```
min f(x) = -106.76229937
x* = [-1.57810686 -3.13024376]
loop = 9
--- run time 0.3041861057281494 seconds ---
```



Таблица 2.1

**Статистика по 100 запускам MSOMA:**

Параметры					$\bar{f}$	Наименьшая величина $f$	$\overline{\sigma_f}$
<i>NStep</i>	<i>PRT</i>	<i>NP</i>	<i>Migration</i>	<i>MinDist</i>			
3	0.4	6	30	10 <sup>-6</sup>	-95.16180267326564	-106.7644859888339	19.2278631431097
5	0.4	10	30	10 <sup>-6</sup>	-103.3882558519979	-106.76453674926475	5.76252909071151
9	0.4	15	30	10 <sup>-6</sup>	-106.41919714064015	-106.76453674926475	3.99687148995614
9	0.5	15	30	10 <sup>-6</sup>	-106.64192928875836	-106.76453674926476	0.22181315811163
12	0.5	15	30	10 <sup>-6</sup>	-106.68484921251411	-106.76453674926476	0.14187788626850
12	0.7	20	30	10 <sup>-10</sup>	-106.74915552859784	-106.76453674926476	0.07380542967686
17	0.6	26	30	10 <sup>-10</sup>	-106.76422123629065	-106.76453674926476	0.00381473512963
20	0.7	30	40	10 <sup>-12</sup>	<b>-106.76453574967775</b>	<b>-106.76453674926478</b>	<b>1.293234249*10<sup>-6</sup></b>

Среднее время одного запуска MSOMA с параметрами для лучшего значения в таблице 2.1 (выделено полужирным) равно 0.385252666 с.

Таблица 2.2

**Статистика по 100 запускам SOMAc близкими к наилучшим параметрами:**

Параметры					$\bar{f}$	Наименьшая величина $f$	$\overline{\sigma_f}$
<i>NStep</i>	<i>PRT</i>	<i>NP</i>	<i>Migration</i>	<i>MinDist</i>			
40	0.6	5000	40	10 <sup>-6</sup>	-105.728448775396	-106.764834888339	4.809178640550839

Среднее время одного запуска SOMA с параметрами из таблицы 2.2 равно 20.35154864717с.

**3. Трехгорбая функция**

Целевая функция  $f(x) = 2x_1^2 - 1,05x_1^4 + \frac{1}{6}x_1^6 + x_1x_2 + x_2^2$ , множество допустимых решений  $x_1, x_2 \in [-5, 5]$ , глобальный минимум:  $x^* = (0; 0)^T$ ,  $f(x^*) = 0$ .

Лучшее приближение:

```

min f(x) = 0.0
x* = [ 0. 0.]
loop = 14
--- run time 0.7091007232666016 seconds ---
    
```

Таблица 3.1

**Статистика по 100 запускам MSOMA:**

Параметры					$\bar{f}$	Наименьшая величина $f$	$\overline{\sigma_f}$
<i>NStep</i>	<i>PRT</i>	<i>NP</i>	<i>Migration</i>	<i>MinDist</i>			
3	0.4	3	10	10 <sup>-6</sup>	0.0138395554668576	1.57691322573e-05	0.0358463274474092
5	0.6	10	10	10 <sup>-6</sup>	0.0021472583344410	4.40027999425597e-17	0.0095383475872818
10	0.6	20	10	10 <sup>-6</sup>	2.61652408225*10 <sup>-5</sup>	3.356176441003*10 <sup>-19</sup>	2.61275996424*10 <sup>-5</sup>



Параметры					$\bar{f}$	Наименьшая величина $f$	$\overline{\sigma_f}$
<i>NStep</i>	<i>PRT</i>	<i>NP</i>	<i>Migration</i>	<i>Min-Dist</i>			
10	0.4	20	15	$10^{-10}$	$5.51295563145 \cdot 10^{-5}$	$1.151300814085 \cdot 10^{-18}$	0.0001630893051336
30	0.6	25	20	$10^{-15}$	<b>0.0</b>	<b>0.0</b>	<b>0.0</b>

Среднее время одного запуска MSOMA с параметрами для лучшего значения в таблице 3.1 (выделено полужирным) равно 0.2378336048126 с.

Таблица 3.2

### Статистика по 100 запускам SOMA с близкими к наилучшим параметрами:

Параметры					$\bar{f}$	Наименьшая величина $f$	$\overline{\sigma_f}$
<i>NStep</i>	<i>PRT</i>	<i>NP</i>	<i>Migration</i>	<i>Min-Dist</i>			
10	0.7	15	20	0.01	0.0	0.0	0.0

Среднее время одного запуска SOMA с параметрами из таблицы 3.2 равно 0.00767917633056 с.

#### 4. Функция Гольдман-Прайса

Целевая функция  $f(x) = \left[ 1 + (x_1 + x_2 + 1)^2 (19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2) \right] \times \left[ 30 + (2x_1 - 3x_2)^2 (18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2) \right]$ , множество допустимых

решений  $x_1, x_2 \in [-2, 2]$ , глобальный минимум:  $x^* = (0, -1)^T$ ,  $f(x^*) = 3$ .

Лучшее приближение:

$$\min f(x) = 3.0$$

$$x^* = [0. \ -1.]$$

$$\text{loop} = 9$$

$$\text{--- run time } 1.6824641227722168 \text{ seconds ---}$$

Таблица 4.1

### Статистика по 100 запускам MSOMA:

Параметры					$\bar{f}$	Наименьшая величина $f$	$\overline{\sigma_f}$
<i>NStep</i>	<i>PRT</i>	<i>NP</i>	<i>Migration</i>	<i>Min-Dist</i>			
8	0.6	8	25	$10^{-6}$	3.6754158626861346	3.000000000239916	3.3440062810127555
10	0.6	15	25	$10^{-6}$	3.0002451846253244	3.0000000000001856	3.946705398904461
20	0.6	20	40	$10^{-6}$	3.000012124599443	3.0000000000008584	0.00011742057057133
20	0.7	26	40	$10^{-10}$	3.000014048213801	3.0000000000006817	$1.400602458523 \cdot 10^{-5}$
25	0.7	27	200	$10^{-15}$	3.0000029512408757	3.0000000000000059	$9.141584157428 \cdot 10^{-6}$
40	0.7	50	200	$10^{-15}$	<b>3.0</b>	<b>3.0</b>	<b>0.0</b>

Среднее время одного запуска MSOMA с параметрами для лучшего значения в таблице 4.1 (выделено полужирным) равно 3.114569830894с.



Таблица 4.2

**Статистика по 100 запускам SOMA:**

Параметры					$\bar{f}$	Наименьшая величина $f$	$\overline{\sigma_f}$
<i>NStep</i>	<i>PRT</i>	<i>NP</i>	<i>Migration</i>	<i>Min-Dist</i>			
50	0.7	120	1000	10 <sup>-12</sup>	3.0000005148914557	3.0000000000431856	1.5256024585*10 <sup>-5</sup>

Среднее время одного запуска SOMA с параметрами из таблицы 4.2 равно 39.599019289с.

**5. Функция Экли**

Целевая функция

$$f(x) = e - 20 \exp\left(-\sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2}{50}}\right) - \exp\left(\frac{1}{2}(\cos(2\pi x_1) + \cos(2\pi x_2))\right),$$

множество допустимых решений  $x_1, x_2 \in [-10, 10]$ , глобальный минимум:  $x^* = (0; 0)^T$ ,  $f(x^*) = -20$ .

Лучшее приближение:

```

min f(x) = -20.0
x* = [ 0. 0.]
loop = 14
--- run time 0.7051131725311279 seconds ---
    
```

Таблица 5.1

**Статистика по 100 запускам MSOMA:**

Параметры					$\bar{f}$	Наименьшая величина $f$	$\overline{\sigma_f}$
<i>NStep</i>	<i>PRT</i>	<i>NP</i>	<i>Migration</i>	<i>Min-Dist</i>			
5	0.4	5	20	0.00001	-18.573839329296661	-19.999589170913417	2.200696233727464
10	0.4	10	20	0.00001	-19.86717335233902	-19.99999830888818	0.4567496220861112
10	0.5	15	20	0.0001	-19.98560628199538	-19.99999536804992	0.2477241407268142
15	0.5	20	100	0.0001	-19.97390653428714	-19.99998645676598	0.0259738220760433
20	0.6	30	100	0.0001	-19.99987555999442	-19.9999992744094	0.0154408047129368
20	0.6	30	100	10 <sup>-10</sup>	<b>-19.99996144678856</b>	<b>-20.0</b>	<b>5.1107563787*10<sup>-5</sup></b>

Среднее время одного запуска MSOMA с параметрами для лучшего значения в таблице 5.1 (выделено полужирным) равно 0.688916547с.

Таблица 5.2

**Статистика по 100 запускам SOMA с близкими к наилучшим параметрами:**

Параметры					$\bar{f}$	Наименьшая величина $f$	$\overline{\sigma_f}$
<i>NStep</i>	<i>PRT</i>	<i>NP</i>	<i>Migration</i>	<i>Min-Dist</i>			
10	0.7	15	20	0.01	-20.0	-20.0	0.0



Среднее время одного запуска SOMA с параметрами из таблицы 5.2 равно 0.009973287582397с.

Безусловно, время работы программы зависит как от реализации алгоритма, так и от конфигурации компьютера и поэтому является относительной величиной. Оно представлено только для сравнения скорости нахождения решения задачи оптимизации по сравнению с алгоритмом SOMA. Так как сложности алгоритмов SOMA и MSOMA почти одинаковы, точность найденных наилучших значений и среднее время работы одного запуска, соответствующие этому значению, показывают, какой из алгоритмов лучше справляется с конкретной тестовой функцией. Исходя из представленных результатов тестирования, можно сделать вывод, что алгоритм MSOMA быстрее и точнее работает с теми функциями, которые для базовой версии алгоритма SOMA являются более сложными. Это преимущество возникает из-за разного способа движения (движение в MSOMA покрывает большую область из-за движения вокруг трех разных лидеров и добавления новых особей) и разных условий остановки. Но одновременно, это различие в способах движения особей заставляет алгоритм MSOMA дольше работать с теми функциями, с которыми базовая версия алгоритма SOMA справляется достаточно быстро и точно. Таким образом, алгоритм MSOMA лучше показывает себя на тех функциях, на которых требуется большее покрытие множества допустимых решений для нахождения экстремума.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформирован модифицированный алгоритм MSOMA для решения задачи условной глобальной оптимизации. На его основе создана программа на языке Python, работоспособность которой продемонстрирована на тестовых примерах. Проведен сравнительный анализ эффективности алгоритма по сравнению с базовым алгоритмом SOMA.

### *Литература*

1. Zelinka I., Lampinen J. SOMA—Self-Organizing Migrating Algorithm // *Proceedings of the 6th International Conference on Soft Computing (Mendel 2000)*, Brno, Czech Republic, pp. 177–187.
2. Zelinka I., Lampinen J., Noulle L. On the theoretical proof of convergence for a class of SOMA search algorithms // *Proceedings of 7th International Conference on Soft Computing (Mendel 2001)*, Brno, Czech Republic, pp. 103–110.
3. Davendra D., Zelinka I. Self-Organizing Migrating Algorithm. Methodology and Implementation // *Studies in Computational Intelligence*, Vol. 626. Springer. 2016. V. 626.
4. Пантелеев А.В., Скавинская Д.В. Метаэвристические алгоритмы глобальной оптимизации. – М.: Вузовская книга, 2019.
5. Пантелеев А.В. Метаэвристические алгоритмы оптимизации законов управления динамическими системами. – М.: Факториал, 2020.



# Development of a Modified Self-Organizing Migration Optimization Algorithm (MSOMA)

**Andrei V. Pantelev \***

MAI (National Research University), Moscow, Russia  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2493-3617>  
e-mail: [avpantelev@inbox.ru](mailto:avpantelev@inbox.ru)

**Vladislav M. Rakitianskii\*\***

MAI (National Research University), Moscow, Russia  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7894-7462>  
e-mail: [rymbelv@gmail.com](mailto:rymbelv@gmail.com)

The modified self-organizing migration optimization algorithm (MSOMA) based on a self-organizing migration algorithm (SOMA) is suggested. An algorithm for solving the problem of finding the global conditional extremum of the objective function on a given set is developed. Examples illustrating the application of the algorithm and created software are given.

**Keywords:** global optimization algorithm, migration cycle, population, individual, benchmark problems.

## For citation:

Pantelev A.V., Rakitianskii V.M. Development of a Modified Self-Organizing Migration Optimization Algorithm (MSOMA). *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2020. Vol. 10, no. 2, pp. 62–73. DOI:10.17759/mda.2020100205 (In Russ., abstr. in Engl.).

## References

1. Zelinka I., Lampinen J. SOMA–Self-Organizing Migrating Algorithm // *Proceedings of the 6th International Conference on Soft Computing (Mendel 2000)*, Brno, Czech Republic, pp. 177–187.
2. Zelinka I., Lampinen J., Noulle L. On the theoretical proof of convergence for a class of SOMA search algorithms // *Proceedings of 7th International Conference on Soft Computing (Mendel 2001)*, Brno, Czech Republic, pp. 103–110.
3. Davendra D., Zelinka I. Self-Organizing Migrating Algorithm. Methodology and Implementation // *Studies in Computational Intelligence*, Vol. 626. Springer. 2016. V. 626.
4. Пантелеев А.В., Скавинская Д.В. Метаэвристические алгоритмы глобальной оптимизации. – М.: Вузовская книга, 2019.
5. Пантелеев А.В. Метаэвристические алгоритмы оптимизации законов управления динамическими системами. – М.: Факториал, 2020.

\***Pantelev Andrei Vladimirovich**, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of the Department of Mathematics and Cybernetics, Institute of Information Technologies and Applied Mathematics, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2493-3617>, e-mail: [avpantelev@inbox.ru](mailto:avpantelev@inbox.ru)

\*\***Rakitianskii Vladislav Maksimovich**, Undergraduate Student of the Institute of Information Technology and Applied Mathematics, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7894-7462>, e-mail: [rymbelv@gmail.com](mailto:rymbelv@gmail.com).





УДК 004.85

## Тестирование алгоритма тернарной классификации окуломоторных событий (фиксации, саккады, smooth pursuit) I-BDT (Bayesian Decision Theory)

**Жердев И.Ю.\***

Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ),  
г. Москва, Российская Федерация (аффилированный сотрудник)  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6810-9297>  
e-mail: [ivan866@mail.ru](mailto:ivan866@mail.ru)

Рассмотрен байесовский классификатор движений глаз I-BDT [1], выделяющий 3 типа событий: фиксации, саккады, плавные следящие движения. Приведены показатели классификации по сравнению с известным алгоритмом детекции I-DT. Согласование по ряду фиксаций – 79 %, саккад – 56 %. Сравнение произведено на наборе данных общей длительностью 10,9 ч. Приведен пример каскадного фильтра, накладывающего пороговые ограничения на свойства полученных событий. Показаны особенности следящих движений глаз при классификации.

**Ключевые слова:** smooth pursuit, вероятностный, классификатор, детекция, следящие движения.

**Для цитаты:**

*Жердев И.Ю.* Тестирование алгоритма тернарной классификации окуломоторных событий (фиксации, саккады, smooth pursuit) I-BDT (Bayesian Decision Theory) // Моделирование и анализ данных. 2020. Том 10. № 2. С. 74–92. DOI:10.17759/mda.2020100206

**Финансирование.** Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (РНФ) в рамках научного проекта № 18–18–00350.

**\*Жердев Иван Юрьевич**, аффилированный сотрудник, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6810-9297>, e-mail: [ivan866@mail.ru](mailto:ivan866@mail.ru)



## 1. ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях достаточно остро стоит проблема различий в результатах выдаваемых наборов окуломоторных событий между различными алгоритмами классификации сигнала (иногда их называют алгоритмами детекции). Поскольку случаются различия и в версиях одного и того же алгоритма из-за неточностей в трактовке тех или иных вычислений на этапах, варианты реализации могут по-разному классифицировать или численно оценивать разные виды параметров / характеристик алгоритма. Некоторые алгоритмы получают на вход калиброванные данные о траектории движения глаза, некоторым это не требуется – они учитывают только соотношения между отсчетами в сигнале, а не абсолютные величины (такovým является рассмотренный в этой статье).

Пороговые алгоритмы требуют точного указания величин, которые ограничивают теоретическое представление о характеристиках окуломоторных событий – фиксаций, саккад, постсаккадических осцилляций. Сравнить события, детектированные таким алгоритмом с исследованиями, проведенными с различными моделями айтрекеров, как минимум, рискованно [2]. Трекеры от различных производителей, формально используя один и тот же принцип роговичного блика, в основе имеют существенно отличные способы интерпретации этого сигнала [3], различный уровень шумов, дисперсию и амплитуду тремора, испытывают различное влияние физических условий дизайна эксперимента. Указанные особенности в записи сигналов сильно проявляются именно в динамике, на тех участках траектории движения глаза, где есть острые углы поворота, или большие перепады скорости.

Так, один трекер может имплицитно сглаживать траекторию глаза вследствие низкого разрешения исходного видеосигнала инфракрасной камеры, а другой – завышать мгновенную скорость вследствие высокой частоты регистрации, или неточно интерпретировать сигнал при проецировании зрительной оси на стимул в моменты начала/завершения саккад (см. исследование Hooge et al. относительно айтрекеров SMI), что приводит к регистрации недостоверных траекторий. При сравнении событий, детектированных пороговыми алгоритмами между этими трекерами, может получиться, что у одного количество плавных прослеживающих движений значимо больше.

Причиной дискрепансов также могут стать линейные различия в положении испытуемого относительно демонстрационной поверхности. Формально, фиксируя испытуемого на заданном расстоянии от экрана монитора или проектора, вы можете затем вычислить угловое расстояние до стимула и угловую скорость. Однако, если в другом эксперименте расстояние заметно меньше (иногда это делают с целью увеличить максимально возможную амплитуду саккад при исследовании высокоамплитудных движений глаз), то угловые расстояния увеличатся, но не пропорционально вашим изменениям дизайна, т.к. глазодвигательная система имеет собственные пороги и наиболее распространенные / привычные для испытуемых количественные характеристики глазодвигательной активности.

Несмотря на достаточное количество уже существующих программных реализаций классификаторов для выделения прослеживающих движений глаз [1, 4–7],



выбор их остается нетривиальной задачей. Это тем более актуально, когда исследователю требуется проводить исследования с различным экспериментальным дизайном. Сопоставление данных классификации между несколькими наборами данных не всегда представляется корректным, и может приводить к неверным выводам, особенно если временные характеристики (длительность, частота появления, величина тремора, качество калибровки) между ними сильно различаются, либо когда алгоритм рассчитанный на детекцию только двух типов событий применяется на данные, содержащие переходные типы событий, например, постсаккадические осцилляции [6], прослеживания, нистагмы. Исходя из вышесказанного, к классификации *окуломоторных* событий следует относиться как некоей приближенной оценке «потока» данных, а не строгой последовательности четко разграниченных событий, имеющих формальные признаки.

Целью данной работы является поиск алгоритма, способного классифицировать, кроме фиксации и саккад, прослеживающие движения глаз (более известные как *smooth pursuit*). Характеристики такого типа событий точно не известны [7], однако нам представляется логичным, что у них должен быть один неизменный признак – наличие фазы разгона, и фазы поддержания скорости в течение не менее 80 мс (см. Рис. 6; Табл. 2.2), потому что на этой величине часто проводят границу между длительностью саккад и фиксации. Мы считаем, что на данный момент не существует теоретических представлений о том, какой длительности должно быть минимально возможное плавное прослеживание. Минимальная теоретическая длительность саккады равна 22 мс, фиксации – 80 мс, прослеживания – 60 мс [4, 8]. В то же время, экспериментально показано, что максимально физиологически возможная скорость следящих движений глаз находится в области 30 гр/с [7]. Более быстрые цели требуют периодических корректирующих саккад и разбивают плавное следящее движение на несколько эпизодов. Мы считаем, что валидное прослеживание должно обладать следующими параметрами: иметь характерное «плато» в профиле скорости и длительность не менее 180 мс (плавно нарастить скорость, затем сохранять ее в течение этого периода, затем так же плавно снизить скорость до нуля, после чего перейти либо в фиксацию, либо в саккаду). Скорость прослеживания не обязательно должна быть постоянной, тем более что нередки случаи, когда объект прослеживания движется с переменной скоростью [9]. Напротив, скорость движения глаза постоянно корректируется в процессе слежения, с целью привести сетчаточное положение объекта к оптимуму. В отсутствие отдельной движущейся цели появление плавных следящих движений сомнительно (во всяком случае, достаточно длительных), но возможно.

На Рис. 1 представлены эмпирические данные по зависимости ускорения глаза при прослеживании цели от ее скорости. Видно, что в диапазоне от 0 до  $\pm 30$  °/с данные согласуются с предложенной Kashyap et al. моделью, тогда как за пределами этого скоростного диапазона наблюдается физиологический предел возможностей глазодвигательной системы (ускорение выходит на «плато»).

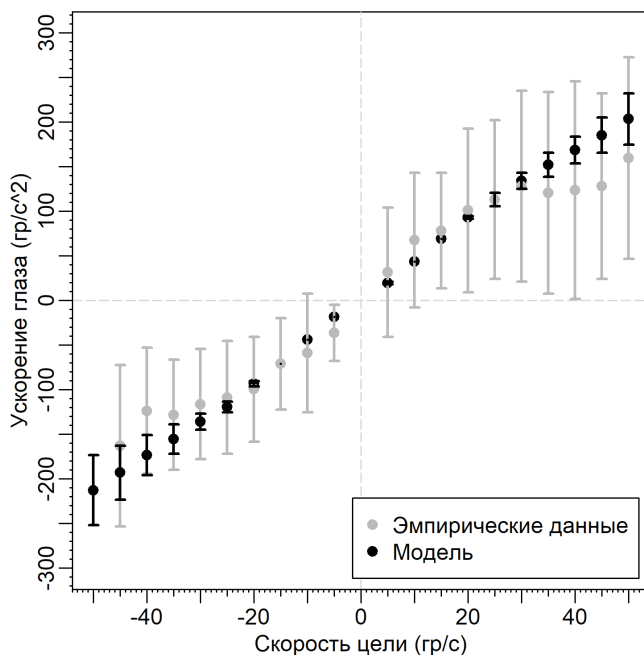


Рис. 1. Среднее ускорение глаза в зависимости от скорости движения цели в интервале от 80 до 180 мс после начала прослеживания. Усиками обозначено ст.откл. Эмпирические данные заимствованы из [10], данные модели – из [9]

Рассмотренный алгоритм классификации был сравнен (до и после фильтрации – см. далее) с классическим классификатором I-DT (реализация из утилиты *SMI Event Detector 3.0.18*) на наборе данных, включающем свободное рассматривание лица живого собеседника на видеомониторе. Записи в этом наборе не предполагают преобладание окуломоторных событий какого-то определенного класса выше обычного. Скорее, это стандартная окуломоторная активность в условиях, приближенных к натуральным. В эксперименте производилось 15 проб с каждым испытуемым (15 монологов разной направленности, отличия которых не имеют для данной статьи значения). Продолжительность каждой пробы – 1 мин. Средняя продолжительность записи – 18:42 мин. Общая длительность базы – 10:54:13 ч.

## 2. МЕТОДЫ

**Классификатор I-BDT** Данный классификатор [1] основан на теории Байеса, что означает, что он не получает на вход строго заданных величин, описывающих искомые детектированные события. Вместо этого он анализирует весь массив чисел (скорость движения), адаптирует на его основании внутренние гиперпараметры и затем разделяет поданные данные на три кластера (или на два – данный параметр задается), так, чтобы скорости в каждом кластере соответствовали представлению



о наиболее вероятном их распределении согласно Байесовской теории. Деление массива скоростей при движении глаза на 3 кластера происходит согласно гауссовой смеси распределений – т.н. нормальный Байесовский классификатор (EM-алгоритм кластеризации, первый этап – расчет мат. ожидания, второй – подбор кластеров с целью максимизации подобия / maximum likelihood).

Алгоритм классификатора работает с одним каналом данных (монокулярно), по сырым координатам и не требует калибровки айтрекера, нечувствителен к шумам и абсолютным значениям мгновенной скорости или пространственной дисперсии данных. Алгоритм не имеет заданных оператором минимальных или каких-либо других характеристик по длительности, амплитуде или скорости. При необходимости, вся дополнительная фильтрация и удаление артефактов выполняется в уже классифицированных группах событий. Алгоритм не производит детекцию шума или морганий, но выделяет отдельный четвертый кластер, скоростные характеристики которого не описываются полученной гауссовой смесью (помечая его меткой «noise»). Детекция шумов недифференцирована: только шумы с существенно отличным скоростным профилем (например, полный покой) будут распознаны как «шумы». В состав пакета с классификатором (исходный код на MATLAB; наша версия на языке Python) входит набор эталонных данных (в данной статье не рассмотрен), содержащий как классические эпизоды следящих движений за целью, так и контрольный набор записей (30 Гц, 4 серии, 6 испытуемых).

Детектированные примеры следящих движений обычно представляют собой бесформенные циклические движения вокруг некоего центра внимания (Рис. 2, справа), либо короткие, порядка 120–200 мс, плавно заворачивающие, скользящие движения. Но, в отличие от фиксаций, они имеют значимо большую амплитуду (протяженность в пространстве) и среднюю скорость, чем фиксации, а также обладают некой плавностью движения (которую можно увидеть при воспроизведении трека в динамическом режиме), в отличие от тремороподобных, «дрожащих» движений фиксаций.

Алгоритм позволяет выделять низкоамплитудные следящие движения там, где пороговые алгоритмы неминуемо относят сэмплы к фиксациям, как якобы эпизод повышенной пространственной дисперсии, а пороговые по скорости алгоритмы – как участок более плавной скорости (причины регистрации таких участков обсуждались выше). Он позволяет работать даже на тех записях, где нет следящих движений в классическом представлении как событий длительностью не менее 60 мс, с достижением глазом постоянной скорости [4], совпадающей со скоростью движения цели, и которое может, но не обязано, иметь по ходу компенсирующие саккады, фиксирующие позицию глаза на цели.

Важной особенностью данного классификатора является его инерционность (во времени). Требуется некоторое время, чтобы перейти от классификации участка записи как фиксации к следующему участку, как следящему движению. Обычно алгоритм запаздывает по сравнению с эталонной разметкой на 4–8 сэмплов (нами производился визуальный анализ на наборе данных, поставляемых вместе с классификатором). Однако, этот же эффект является и достоинством алгоритма, о котором



уже было сказано выше: спонтанные кратковременные пики и шумы не нарушают верной классификации. Мы считаем, что этот факт важнее для обнаружения искомым событий в длинных записях, чем точное разграничение фиксаций и следящих движений (саккады переходящие в слежение, равно как и прослеживания, поправляемые периодическими саккадами, при этом разграничиваются достаточно строго).

И еще одно свойство алгоритма: он лучше всего работает на тех записях, в которых действительно содержатся искомые события. Это обусловлено тем фактом, что классификация всего распределения скорости по сэмплам должна произойти по завершению работы алгоритма независимо от содержания записи (в отличие от пороговых алгоритмов, которые проводят поиск строго заданных значений дисперсии или скорости), поэтому есть в записи прослеживания или нет, алгоритм все равно выделит ту часть распределения, которая максимально правдоподобно описывается гауссовой смесью, и обозначит ее как прослеживания. Авторы предоставляют версию данного алгоритма [1], которая лишена такой особенности (может выдавать классификации, не содержащие ни одного прослеживания), в которой начальное вычисление дисперсии происходит на основе минимума в заданном окне (обычно берется 500 сэмплов из начала записи), но такая реализация становится намного менее чувствительна к кратковременным и нечетким прослеживаниям, а результаты классификации следящих движений не совпадают с экспертной разметкой. Если же нужна детекция именно следящих движений, то более поздняя версия алгоритма расценивает минимальную дисперсию как смешение гауссиан.

**Данные** Классификатор в поставке от авторов получает данные в формате «journal» айтрекера *Dikablis Pro* (открытый текстовый формат). Наша реализация на Python 3 считывает данные айтрекера производства *SMI* из формата ‘Samples.txt’ (также открытый текстовый формат). Конвертация между этими форматами тривиальна, но не полная. Однако, алгоритм задействует только некоторые поля данных, поэтому отсутствующие в одном формате поля заполняются при конвертации пустыми значениями.

**Фильтрация событий** Поскольку рассмотренный классификатор помимо искомым окуломоторных событий выделяет множество шумов (согласно описательной статистике, порядка 35 % длительности всех классифицированных событий – интервалы мелких, длительностью в 1–2 сэмпла, участки саккад и прослеживаний – являются паразитными включениями, артефактами работы алгоритма), и при этом в нем не предусмотрено задание каких-либо порогов для обозначения теоретических границ по длительности или амплитуде для фиксаций и саккад, то мы дополнительно выполнили фильтрацию полученных событий по ряду параметров с целью удаления тех из них, которые не попадают в теоретический диапазон для каждого типа.

Для фильтрации, а также при количественном сравнении двух алгоритмов между собой, предварительно был рассчитан ряд свойств для каждого из событий (см. Рис. 2), выделенных первым (I-DT) и вторым (I-BDT) классификатором. Среди них: длительность, средняя величина зрачка, позиция начала и конца события, средняя и пиковая скорость, позиция на пике скорости, дистанция, амплитуда. Также для облака то-



чек каждого события, независимо от его типа, была построена выпуклая оболочка и вычислена ее площадь. Амплитуда рассчитана как самая длинная хорда выпуклой оболочки. Она же является диаметром окружности, описанной вокруг облака точек, принадлежащих событию. Дистанция – сумма расстояний между отсчетами данных (в порядке их регистрации) в составе каждого выделенного события (приводится в пикселях). Площадь выпуклой оболочки приводится в пикселях квадратных.

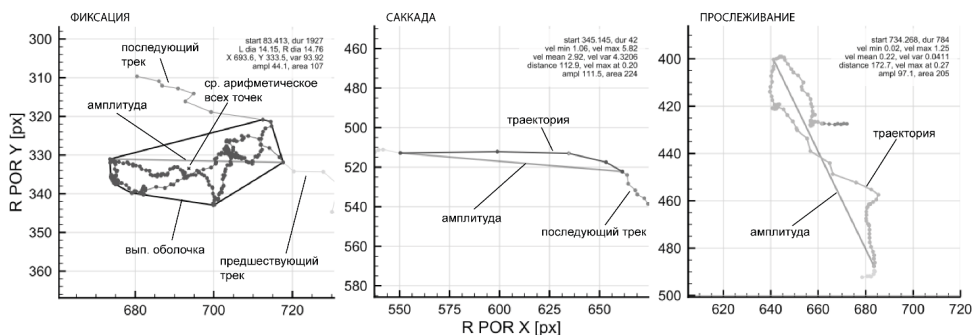


Рис. 2. Пример характеристик геометрических объектов, использованных при фильтрации невалидных событий

Слева – выпуклая оболочка, описанная вокруг облака точек фиксации длительностью 1927 мс. Посредине – траектория саккады длительностью 42 мс с нанесенной амплитудой и участками трека до и после саккады. Амплитуда события, и ее отношение к площади оболочки, позволяют корректно отфильтровать саккады от участков иужма (которые очень часто классифицируются пороговыми алгоритмами как последовательность саккад). Справа – один из многих вариантов траектории прослеживания, длительностью 784 мс.

Для фильтрации полученных на выходе классифицированных событий применялось логическое пересечение результатов всех фильтров в каскаде. Участки, на которых диаметр обоих зрачков равен 0, принимались за потерю сигнала и не классифицировались. Все статистические тесты и визуализации выполнялись в среде R 3.5.1. Предлагаемая батарея фильтров описывается следующими критериями (Табл. 1):

Таблица 1

### Предлагаемые критерии фильтрации вывода классификатора I-BDT (N = 80)

	Фиксации		Саккады		Прослеживания	
	крит.	% удален	крит.	% удален	крит.	% удален
Длительность (мс)	$\geq 80$	65	$> 18$ $< 80$	65	$\geq 80$ $< 2500$	61
Ср. скорость (гр/с)			$> 30$	33	$\leq 30$	40
Мах скорость (гр/с)	$\leq 30$	23	$< 800$	21	$< 400$	8
Амплитуда (гр)	$\leq 2.5$	46	$> 2.5$ $< 16$	77	$< 16$	40





	Фиксации		Саккады		Прослеживания	
Дистанция-ампл. (пикс)			< 100	78		
Площадь вып. обол. (пикс кв)			ампл×60	62		
В комбинации, % от кол.-ва		72		92		67

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ КЛАССИФИКАЦИИ

В ходе визуального анализа нами не было найдено участков, соответствующих теоретическому представлению о выходе скорости движения глаза на плато, однако они были найдены данным классификатором. Средняя длительность прослеживания – 110 мс до фильтрации, 253 мс после фильтрации, при довольно большом ст. откл. 203 мс (Табл. 2.2). В этом проявляется нечеткая природа данного типа глаздвигательных событий на использованном нами наборе данных. Гистограмма распределения скоростей движения глаза (Рис. 3) показывает, что прослеживания занимают срединное положение по данному показателю между фиксациями и саккадами, но, в отличие от них, плавно распределены по всему диапазону. Это свидетельствует, что данный тип глаздвигательного события имеет широкий размах по скорости и гораздо более адаптивен, чем классическая фиксация или типичное скачкообразное движение.

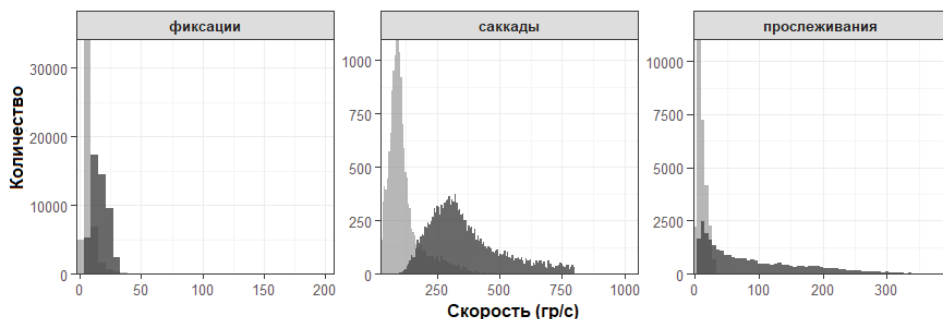


Рис. 3. Гистограмма распределения событий I-BDT по скоростям (после фильтрации).  
Светлый тон – средняя скорость; темный тон – пиковая скорость

Всего в наборе данных классифицировано:

- 230132 событий суммарной длительностью 9:31:22 ч (I-DT; Табл. 2.1);
- 452500 событий суммарной длительностью 10:13:15 ч (классификатором I-BDT до фильтрации; Табл. 2.2 слева);
- 92387 событий суммарной длительностью 6:39:36 ч (классификатором I-BDT после фильтрации; Табл. 2.2 справа).

Табл. 2.1 показывает известную особенность алгоритма детекции I-DT – он центрирован на фиксациях. Корректными после классификации являются только показатели фиксаций. Длительность и скорость саккад выходит далеко за физиологически





возможные пределы человеческого глаза. Дистанция и амплитуда саккад также не может принадлежать к валидным скачкообразным движениям и, как правило, относится к участкам потери сигнала (трекинга).

Таблица 2.1

**Характеристики событий алгоритма I-DT**

		<b>Фикс.</b>	<b>Сак.</b>	<b>Морган.</b>	<b>Потери</b>
<b>Количество</b>	n	110737	119395	9146	12799
	%	44	47	4	5
<b>Длительность (мс)</b>	min	80	2.5	64	4.0
	max	5448	16629	674451	19307
	ср.	242	63	328	156
	ст. откл.	197	200	7156	674
<b>Средняя скорость (гр/с)</b>	min	1.06	.02	.09	0
	max	273	1612	847	1163
	ср.	9	53	260	185
	ст. откл.	7.4	71	149	161
<b>Пиковая скорость (гр/с)</b>	min	2.3	.03	0	0
	max	6196	13741	22676	14481
	ср.	99	352	3039	1445
	ст. откл.	169	715	1477	1517
<b>Пройденная дистанция (пикс)</b>	min	0	.01	0	0
	max	1031	270897	27894	532205
	ср.	73	724	1646	2729
	ст. откл.	46	3040	1816	14275
<b>Амплитуда (гр)</b>	min	.04	.02	.08	.03
	max	7.7	45.3	45.7	49
	ср.	.6	5.9	25.5	15.4
	ст. откл.	.2	6.2	11.8	12.5
<b>Площадь вып. оболочки (пикс кв)</b>	min	4.1	1.8	7.8	2.7
	max	609	4207	4272	4284
	ср.	54	498	2142	1304
	ст. откл.	18	541	1009	1070

Из Табл. 2.2 видно, что после фильтрации больше всего удаляется паразитных событий, классифицированных как саккады (83 % от начального количества) – высокоскоростные шумы и нарушения трекинга чаще всего похожи именно на них. Длительность всех трех типов событий после фильтрации приближается к теоретическим представлениям – 300 и более мс для фиксаций, около 35 мс для саккад и от 200 до 2500 мс для прослеживаний. Также нормализуются и показатели средней и пиковой скорости. Из данных по дистанции видно, как фильтрация удаляет невалидные события с чрезмерно большими пройденными расстояниями и амплитудой. Данные по площади выпуклой оболочки (convex hull) свидетельствуют, что до фильтрации в массиве данных существовали некоторые фиксации с нереалистично большими площадями, а среди саккад и прослеживаний были ошибочно классифицированы шумовые участки.



Таблица 2.2

**Описательная статистика событий, полученных классификатором I-BDT  
(усреднено по всем экспериментальным ситуациям)**

		До фильтрации				После фильтрации		
		фикс.	сак.	просл.	потери	фикс.	сак.	просл.
Количество	n	173835	195585	83080	25128	48950	15852	27585
	%	36.5	41	17.5	5	53	17	30
Длительность (мс)	min	2.4	2.3	2.2	1.9	80.1	18.1	80.0
	max	10663	568	5140	674476	10663	78	2495
	ср.	132	24	110	98	336	34.8	253
	ст. откл.	278	24	175	4293	373	10.6	203
Средняя скорость (гр/с)	min	0	.02	.06	0	.7	30.0	.6
	max	3544	2547	3856	1788	205	1047	30
	ср.	42.4	107	58.8	270	7	117	11
	ст. откл.	314	947	455	1581	6.2	69.3	6.9
Пиковая скорость (гр/с)	min	0	0	0	0	2.3	68	2.3
	max	11811	14481	13741	22676	30	800	395
	ср.	57	608	191	1905	16.3	365	89.4
	ст. откл.	314	947	455	1581	6.0	147	78.6
Пройденная дистанция (пикс)	min	0	1.6	0	0	3.4	94.4	3.6
	max	3003	24804	36792	9579	1538	715	5948
	ср.	48	381	226	615	62.8	183	218
	ст. откл.	77.6	707	718	1025	61.6	80.0	334
Амплитуда (гр)	min	.01	.12	.01	.05	.05	2.5	.05
	max	6.5	45.8	43	45	2.5	16.0	13.2
	ср.	.51	6.5	1.8	28.5	.5	4.3	1.3
	ст. откл.	.4	7.1	2.5	9.6	.3	1.9	1.2
Площадь вып. оболочки (пикс кв)	min	.72	10.3	.7	4	4.4	189	4.6
	max	522	3723	3509	4272	260	1303	1122
	ср.	44	533	148	2382	48	331	115
	ст. откл.	34	582	201	816	26	150	98

**Сравнение двух алгоритмов** Для алгоритма I-DT были использованы следующие параметры: минимальная продолжительность фиксации 80 мс, максимальная дисперсия 40 пикс. На Рис. 4 представлены коробочные графики распределений важнейших свойств событий для обоих алгоритмов. Использован один и тот же набор данных. Из графика длительности видно, что алгоритм I-DT не захватывает длинные фиксации (более 300 мс) – вероятно, из-за шумов, которыми события могут прерываться, а для пороговых алгоритмов это основная причина разрывов. Тогда как классификатор I-BDT содержит полный спектр фиксаций вплоть до 400



мс и более (на графике не показаны). Из графика пиковой скорости видно, что I-DT содержит слишком быстрые фиксации и слишком медленные саккады, тогда как I-BDT четко относит эти два типа событий в нужный скоростной диапазон. Все фиксации находятся в интервале 10–30 гр/с, а саккады – в интервале 250–440 гр/с. На графике амплитуды снова видно, что пороговый I-DT выделил слишком широкий диапазон саккад, в которые попадает много шума с амплитудой от 8 гр и выше. Стоит отметить, что такой критерий фильтрации как разность дистанции и амплитуды позволил нам удалить 78 % паразитных событий (Табл. 1), а отношение амплитуды к площади выпуклой оболочки – 62 %. Оба они, как нетрудно понять, отсекают события, габариты которых выходят за пределы прямо направленной траектории саккад (чрезмерно криволинейные), но при этом не накладывают прямого ограничения на скалярную величину амплитуды.

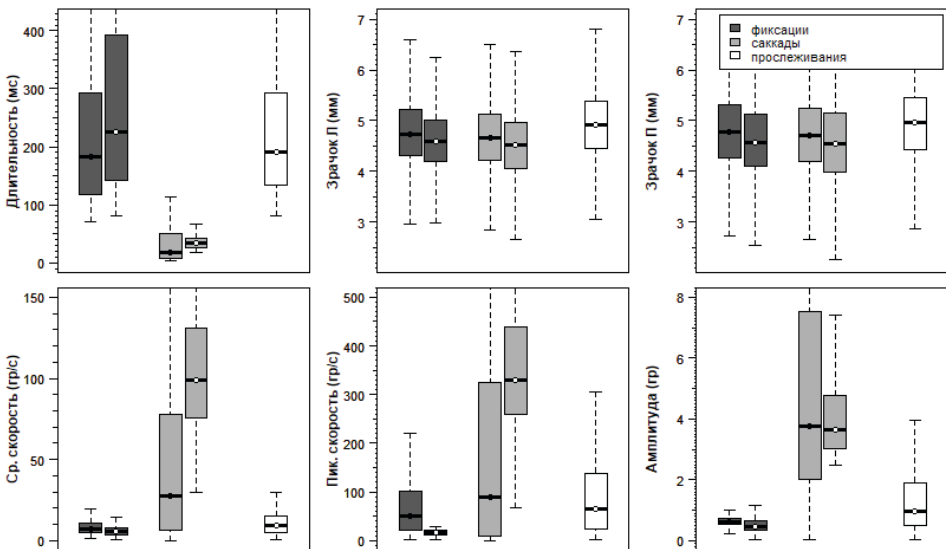


Рис. 4. Описательная статистика двух классификаторов, сгруппированная по событиям. Черная точка – (SMI) I-DT; белая точка – I-BDT (после фильтрации).

Границы коробок – межквартильный размах; усики – полуторный межквартильный размах; гор. черта – медиана

Из графиков на Рис. 5А (результаты детекции SMI I-DT) видно, что вывод данного алгоритма в части саккад не соответствует теоретическим положениям о свойствах этого типа окулomotorных событий. На графике распределения длительности видно (1 ряд, 1 столбец), что в массиве полученных данных много саккад длительностью 80 мс и более, а также менее 20 мс. Из графика дистанция-длительность (1 ряд, 4 столбец) видно, что в составе полученных событий есть много саккад с нереалистичной длительностью 500 мс. Амплитудные показатели некоторых фиксаций доходят до 3 гр при длительности всего 100 мс, что не может являться настоящей фиксацией (1 ряд,

5 столбец). Графики зависимости скорости от дистанции также показывают большое включение слишком быстрых фиксаций при слишком малой пройденной дистанции (типичный признак неотфильтрованных шумовых артефактов).

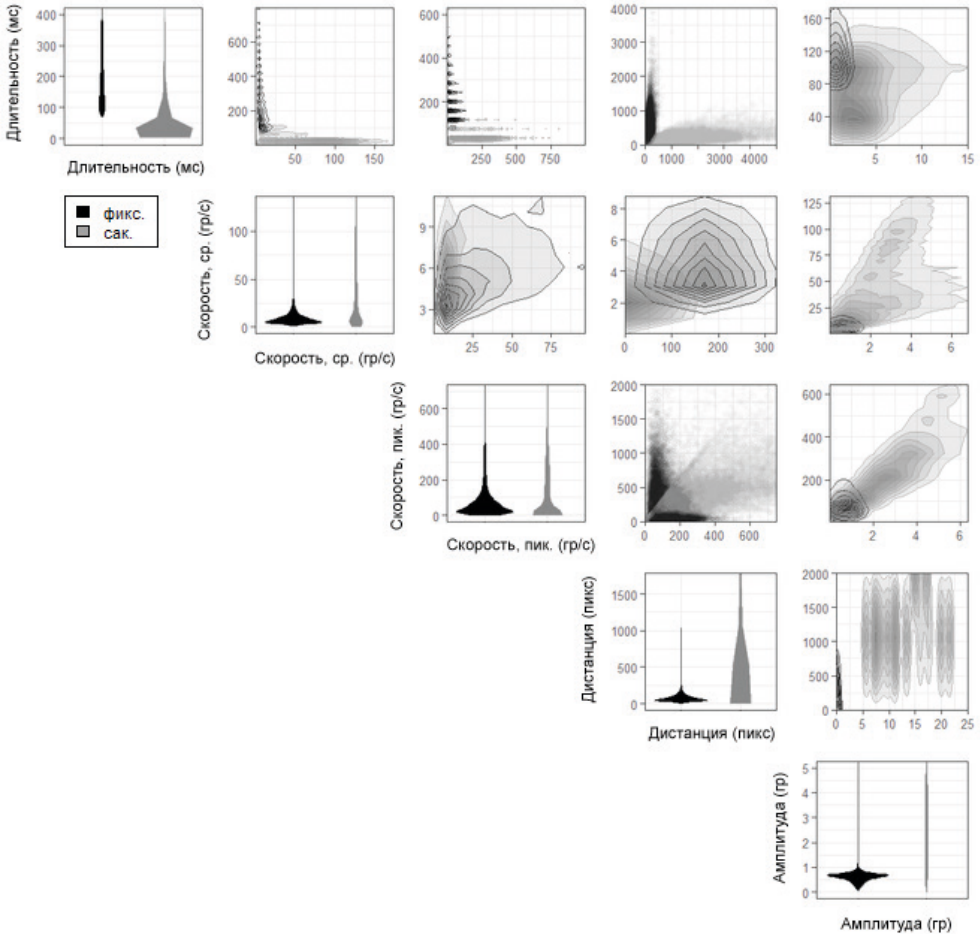


Рис. 5А. Парный график рассеяния основных характеристик событий алгоритма детекции (SMI) I-DT. Масштаб осей выбран произвольно в целях фокусировки на значимых деталях и не отражает фактические границы данных (не включает экстремальные значения и выбросы). Облако точек (scatter) показано на тех графиках, где пересечение контурных графиков нечитаемо

Из графика на Рис. 5Б видно, что скоростные характеристики классифицированных рассматриваемым алгоритмом (I-BDT) прослеживаний находятся в диапазоне между таковыми фиксаций и саккад. Амплитуда и дистанция также распределена в промежутке между статическим и быстрым движением глаза. Длительность же практически идентична фиксациям. В целом, после применения батареи фильтров



ни одна из приведенных статистических визуализаций не содержит данных, которые можно было бы считать артефактными.

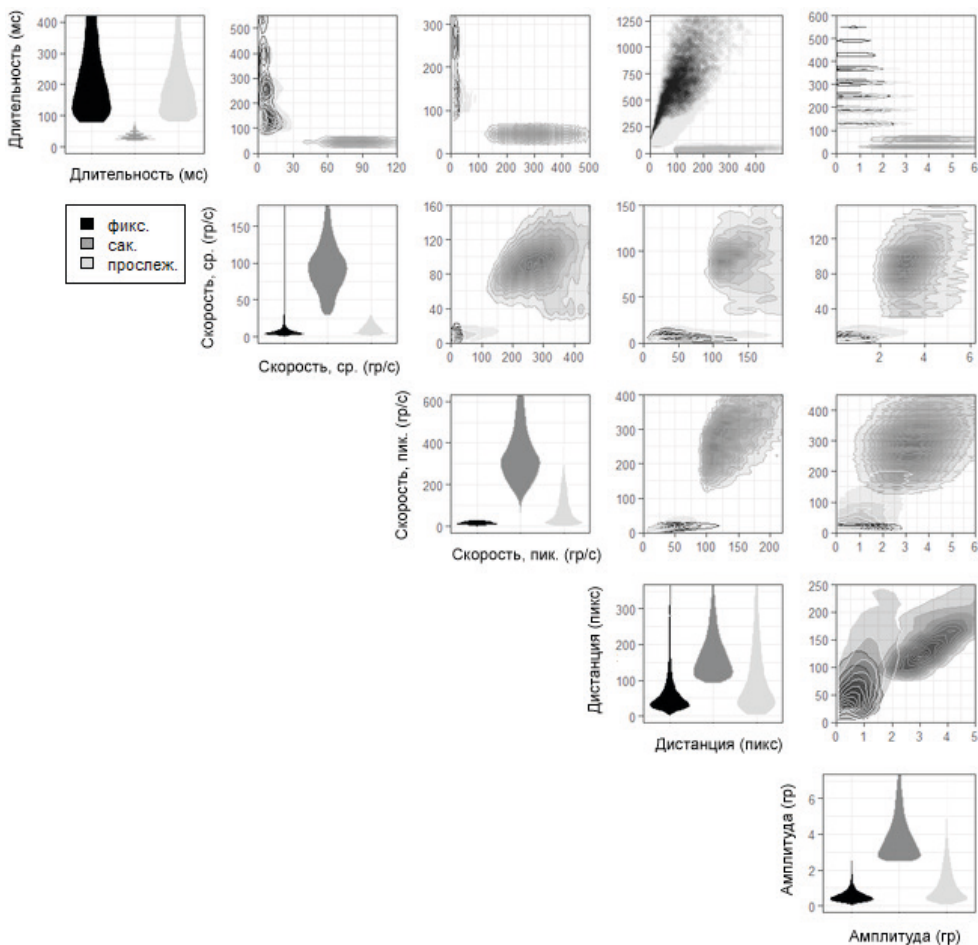


Рис. 5Б. Парный график рассеяния основных характеристик событий классификатора I-BDT (после фильтрации). Параметры расчета контурных графиков (детализация, количество изолиний) выбраны произвольно, индивидуально для каждого графика, в целях улучшения читаемости. График распределения на главной диагонали отражает форму распределения, но не соотношение между типами событий

**Количественные метрики** Матрица неточностей для двух классификаторов представлена в Табл. 3.1. Поскольку алгоритмы не полностью совпадают по выделяемым классам событий (I-BDT выделяет третий класс – прослеживания), предварительно оба массива были перекодированы и приведены к общему виду. Класс прослеживаний (в I-BDT) и класс шумов (в обоих классификаторах) был заменен на другой условный класс («остальные»). Такая схема перекодировки позволяет наиболее точно оце-



нить согласование общих классов, но компрометирует сравнение уникальных классов в массивах данных. Из таблицы видно, что процент согласований классификатора I-BDT с алгоритмом детекции I-DT в части фиксаций практически максимальный, тогда как большая часть несоответствий возникает в части саккад (62 % совпадает; 30 % классифицированных как саккады алгоритмом I-DT детектируются как фиксации). Абстрактный класс «остальные» не несет смысловой нагрузки, так как создан искусственно в целях сравнения двух множеств с неполностью пересекающимися категориями.

Таблица 3.1

### Матрица неточностей для двух классификаторов ( %)

I-BDT	(SMI) I-DT		
	фикс.	сак.	ост.
Фиксации	95	3.7	.8
Саккады	30	62	7.2
Остальные	60	19	20

Матрица неточностей была построена на основании доли совпадающих сэмплов (классифицированных обоими алгоритмами одинаково), и не отражает какую-либо пропорцию логических пересечений интервалов, в состав которых они входили. Стоит отметить, что несмотря на достаточно высокую долю совпадений по показателю точности, к Коэна ниже рекомендуемого значения 0,4 (Табл. 3.2), при котором можно бы было утверждать хорошее согласование результатов классификаций.

Таблица 3.2

### Количественные метрики согласования между классификаторами

	Фикс.	Сак.	Ост.
Сбалансированная точность (balanced accuracy)	.79	.56	.81
Точность (precision)	.96	.63	.20
Полнота (recall)	.75	.13	.91
F1	.84	.22	.33
к Коэна (Cohen's kappa)		.31	

## 4. ОБСУЖДЕНИЕ

Классификатор I-BDT показал свою применимость на данном наборе данных и успешно выделил события трех типов согласно заявленным. Среди обнаруженных им следящих движений можно выделить даже мельчайшие участки плавного ускорения глаза. Однако, это чисто математический подход к кластеризации сигнала на основании скоростного профиля, и для получения набора событий с физиологически адекватными характеристиками необходимо проводить дальнейшую фильтрацию. Мы разработали батарею таких фильтров (в общей сложности 13 параметров, применяемых к 6-ти различным свойствам каждого события).

На Рис. 6 приведен среднестатистический скоростной профиль для трех типов детектированных данным классификатором событий. Виден практически плоский профиль



скорости фиксаций (усреднено 49 тыс. фиксаций), с медианной скоростью равной 5.5 гр/с; видна типичная параболическая траектория изменения скорости саккады с пиком более 220 гр/с (усреднено 16 тыс. саккад); на профиле прослеживаний виден участок разгона, затем плато с медианой около 10 гр/с (усреднено 28 тыс. прослеживаний). Большой размах скорости на первых самплах фиксаций и прослеживаний обусловлен тем, что классификатор не точно размечает начальную границу событий (она обычно запаздывает на 2–3 сампла), вследствие чего в начале этих классов событий возможен «захват» фрагмента предыдущего, более быстрого события или, чаще, участка шума. Данную особенность классификатора следует учитывать, если требуется разметить точные временные границы событий.

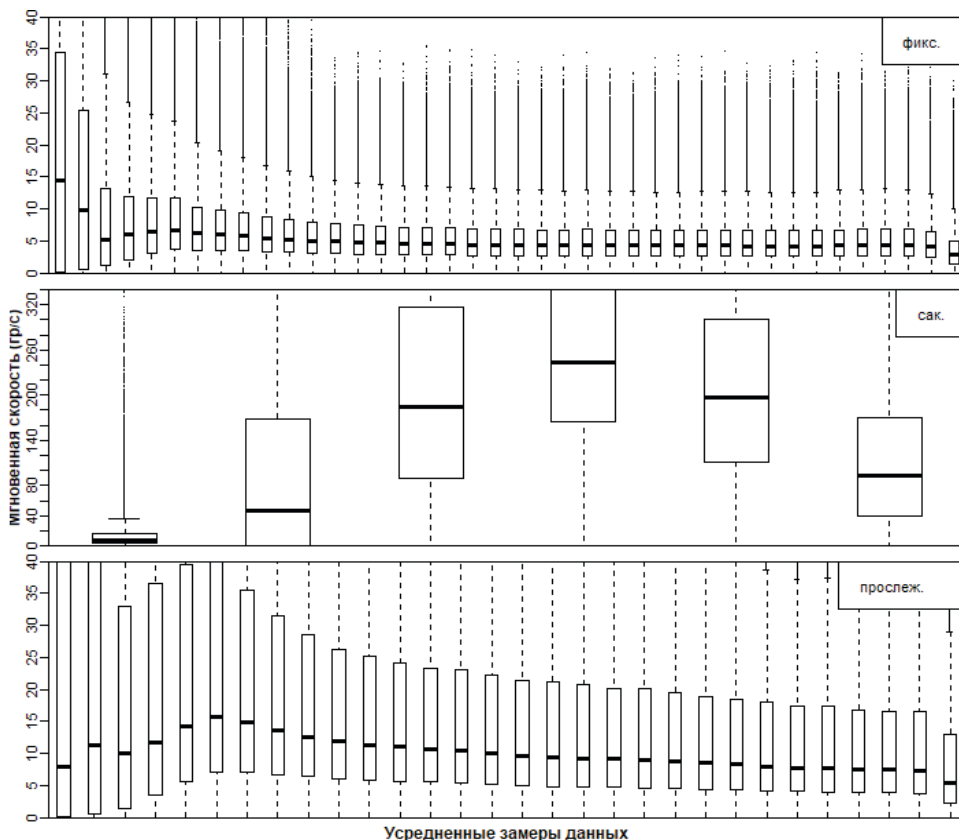


Рис. 6. Интерполированные профили скорости для трех типов событий, классифицированных I-BDT (после фильтрации)

Пояснение: все события одного класса приведены к общему количеству отсчетов методом узкополосной интерполяции, затем усреднены (кривая локально-взвешенной полиномиальной регрессии LOWESS), после чего для каждого отсчета (сампла) посчитана статистика, выраженная в виде коробок. Верхняя и нижняя границы коробок обозначают межквартильный размах, горизонтальная черта – медиану.





Благодаря тому, что алгоритм основан на относительном распределении скорости по выделяемым кластерам событий, а не строгом задании пороговых значений, он практически нечувствителен к шумам. При этом также возможна и классификация прослеживаний на зашумленных участках, если скоростной профиль данного участка лучше всего описывается смещением двух гауссиан, одна из которых описывает фиксации, другая – саккады.

Помимо описанной выше фильтрации событий, нами была предпринята попытка провести кластерный анализ в качестве фильтрации вывода классификатора, но она не дала нужных результатов. Предположительно потому, что вывод классификатора изначально получен от непрерывной функции (гауссова смесь) без применения каких-либо пороговых ограничений, а объективные параметры событий не проявились в данных – либо по причине низкой частоты регистрации, либо по причине их физического отсутствия (нет четко проходящей границы между длительностями / скоростями фиксаций и прослеживаний, настоящих фиксаций и артефактов записи).

Также в ходе работы нами была предпринята попытка сглаживания данных (кривой типа сплайн). Однако, никакого качественного улучшения классификации данная операция не дает. Временные границы плавных следящих движений при этом, ожидаемо, расширяются. Другими словами, сглаживание может приводить к детекции новых артефактных участков плавных следящих движений глаз. Исходя из этого, мы не рекомендуем сглаживать данные, даже если они сильно зашумлены.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе тестирования классификатора было проведено сравнение его результатов с результатами классического алгоритма детекции окуломоторных событий I-DT посредством выполнения обоих классификаторов на одинаковом наборе данных и подсчета одинакового набора свойств для каждого из результатов. Общее заключение по согласованию результатов классификации выполнено при помощи критерия к Козна и матрицы неточностей. Рассмотренный классификатор позволяет детектировать важный для исследований восприятия в натуральных условиях тип событий – плавные прослеживающие движения (smooth pursuit). В отличие от полной версии алгоритма, представленный упрощенный вариант имеет большую чувствительность к следящим движениям в тех данных, где фактически отсутствуют длительные по времени, широкоамплитудные прослеживающие движения, или присутствует большое количество шума. Классификатор обладает высокой чувствительностью к окуломоторным событиям трех типов – фиксациям, саккадам, и плавным следящим движениям. Он позволяет выделять даже низкоамплитудные (1–1.5 градуса) эпизоды прослеживаний, которые пороговыми алгоритмами детекции неминуемо включаются в состав фиксаций как якобы участки с повышенным разбросом, либо в состав коротких саккад как участки с низкой скоростью скачка. Однако, вывод данного классификатора требует дополнительной фильтрации.

Алгоритм основан на абстрактной математической модели (гауссово распределение) и не предполагает для событий никаких фильтров, параметризующих вывод





классификатора в соответствии с теоретическим представлением о них. Поэтому мы рекомендуем дополнительно производить фильтрацию событий на основании ряда характеристик. В числе таких типичных фильтров, как минимальная длительность фиксации, максимальная скорость саккады, для саккад мы дополнительно вводим разность дистанции и амплитуды, и порог по площади выпуклой оболочки (описанной вокруг облака точек), что позволяет отделить паразитные шумы – без грубого деления массива данных на интервалы по произвольно заданной величине.

### *Литература*

1. Santini T., Fuhl W., Kübler T., et al. Bayesian identification of fixations, saccades, and smooth pursuits // ACM ETRA. Charleston, 2016. P. 163–170. DOI:10.1145/2857491.2857512
2. Nyström M., Andersson R., Holmqvist K., et al. The influence of calibration method and eye physiology on eyetracking data quality // Behav. Res. Met. 2013. Vol. 45. № 1. P. 272–288. DOI:10.3758/s13428-012-0247-4
3. Hooge I., Holmqvist K., Nyström M. The pupil is faster than the corneal reflection (CR): Are video based pupil-CR eye trackers suitable for studying detailed dynamics of eye movements? // Vis. Res. 2016. Vol. 128. P. 6–18. DOI:10.1016/j.visres.2016.09.002.
4. Larsson L., Nyström M., Ardö H., et al. Smooth pursuit detection in binocular eye-tracking data with automatic video-based performance evaluation // J. Vis. 2016. Vol. 16. № 15. P. 20. DOI:10.1167/16.15.20
5. Startsev M., Agtzidis I., Dorr M. 1D CNN with BLSTM for automated classification of fixations, saccades, and smooth pursuits // Behav. Res. Met. 2019. Vol. 51. P. 556–572. DOI:10.3758/s13428-018-1144-2
6. Zemblys R., Niehorster D.C., Komogortsev O., et al. Using machine learning to detect events in eye-tracking data // Behav. Res. Met. 2018. Vol. 50. P. 160–181. DOI:10.3758/s13428-017-0860-3
7. Komogortsev O.V., Karpov A. Automated classification and scoring of smooth pursuit eye movements in the presence of fixations and saccades // Behav. Res. Met. 2013. Vol. 45. P. 203–215. DOI:10.3758/s13428-012-0234-9
8. Komogortsev O. V., Gobert D. V., Jayarathna S., et al. Standartization of automated analyses of oculomotor fixation and saccadic behaviors // IEEE Trans. Biomed. Eng. 2010. Vol. 57. № 11. P. 2635–2645. DOI:10.1109/tbme.2010.2057429
9. Kashyap H.J., Detorakis G., Dutt N., et al. A recurrent neural network based model of predictive smooth pursuit eye movement in primates // IEEE IJCNN. Rio de Janeiro, 2018. P. 5353–5360. DOI:10.1109/IJCNN.2018.8489652
10. Xivry J.J.O. de, Coppe S., Blohm G., et al. Kalman Filtering Naturally Accounts for Visually Guided and Predictive Smooth Pursuit Dynamics // J. Neurosci. 2013. Vol. 33. № 44. P. 17301–17313. DOI:10.1523/JNEUROSCI.2321-13.2013



# Assessment of Bayesian Ternary Gaze Classification Algorithm (I-BDT)

**Ivan Y. Zherdev\***

Moscow State University of Psychology & Education,  
Moscow, Russia (affiliated researcher)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6810-9297>

e-mail: [ivan866@mail.ru](mailto:ivan866@mail.ru)

I-BDT eyetracking data ternary classification (fixations, saccades, smooth pursuit) algorithm [1] is investigated. Comparison with well-known Identification / Dispersion Threshold (I-DT) algorithm is held (accuracy, precision, recall, F1 measure). A novel approach for additionally filtering the algorithm output by distance/amplitude, area of convex hull is described.

**Keywords:** smooth pursuit, classification, Bayesian decision theory, eye movements.

## For citation:

Zherdev I.Y. Assessment of Bayesian Ternary Gaze Classification Algorithm (I-BDT). *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2020. Vol. 10, no. 2, pp. 74–92. DOI:10.17759/mda.2020100206 (In Russ., abstr. in Engl.).

**Funding.** The reported study was funded by Russian Scientific Foundation (RScF), project number 18–18–00350.

## References

1. Santini T., Fuhl W., Kübler T., et al. Bayesian identification of fixations, saccades, and smooth pursuits. *ACM ETRA*. Charleston, 2016. pp. 163–170. DOI:10.1145/2857491.2857512
2. Nyström M., Andersson R., Holmqvist K., et al. The influence of calibration method and eye physiology on eyetracking data quality. *Behav. Res. Met.* 2013. Vol. 45, no 1, pp. 272–288. DOI:10.3758/s13428-012-0247-4
3. Hooge I., Holmqvist K., Nyström M. The pupil is faster than the corneal reflection (CR): Are video based pupil-CR eye trackers suitable for studying detailed dynamics of eye movements? *Vis. Res.* 2016. Vol. 128, pp. 6–18. DOI:10.1016/j.visres.2016.09.002.
4. Larsson L., Nyström M., Ardö H., et al. Smooth pursuit detection in binocular eye-tracking data with automatic video-based performance evaluation. *J. Vis.* 2016. Vol. 16, no 15, pp. 20. DOI:10.1167/16.15.20
5. Startsev M., Agtzidis I., Dorr M. 1D CNN with BLSTM for automated classification of fixations, saccades, and smooth pursuits. *Behav. Res. Met.* 2019. Vol. 51, pp. 556–572. DOI:10.3758/s13428-018-1144-2
6. Zemblys R., Niehorster D.C., Komogortsev O., et al. Using machine learning to detect events in eye-tracking data. *Behav. Res. Met.* 2018. Vol. 50, pp. 160–181. DOI:10.3758/s13428-017-0860-3

\***Ivan Y. Zherdev**, former jr. research fellow; affiliated researcher, Moscow State University of Psychology & Education, Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6810-9297>, e-mail: [ivan866@mail.ru](mailto:ivan866@mail.ru)



7. Komogortsev O.V., Karpov A. Automated classification and scoring of smooth pursuit eye movements in the presence of fixations and saccades. *Behav. Res. Met.* 2013. Vol. 45, pp. 203–215. DOI:10.3758/s13428-012-0234-9
8. Komogortsev O. V, Gobert D. V, Jayarathna S., et al. Standartization of automated analyses of oculomotor fixation and saccadic behaviors. *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 2010. Vol. 57, no 11, pp. 2635–2645. DOI:10.1109/tbme.2010.2057429
9. Kashyap H.J., Detorakis G., Dutt N., et al. A recurrent neural network based model of predictive smooth pursuit eye movement in primates. *IEEE IJCNN*. Rio de Janeiro, 2018. pp. 5353–5360. DOI:10.1109/IJCNN.2018.8489652
10. Xivry J.J.O. de, Coppe S., Blohm G., et al. Kalman Filtering Naturally Accounts for Visually Guided and Predictive Smooth Pursuit Dynamics. *J. Neurosci.* 2013. Vol. 33, no 44, pp. 17301–17313. DOI:10.1523/JNEUROSCI.2321-13.2013

## Итерационное наполнение и обновление информации при управлении иерархической базой данных

**Короткова Т.И.** \*

ФГБОУ ВО МАИ (НИУ),  
г. Москва, Российская Федерация  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6325-2684>  
e-mail: [tatyanamail11@yandex.ru](mailto:tatyanamail11@yandex.ru)

**Мохов А.А.** \*\*

ФГБОУ ВО МАИ (НИУ),  
г. Москва, Российская Федерация  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5504-3820>  
e-mail: [tolik.mohov25@gmail.com](mailto:tolik.mohov25@gmail.com)

Выбор оптимального управления в сложных системах предполагает оперирование большими объемами информации. База данных такой системы принятия решения имеет иерархическую структуру. В статье излагается принцип наполнения и обновления информации при управлении иерархической базой данных сложной системы при наличии неопределенных факторов. Неопределенные факторы присутствуют в критерии эффективности сложной системы и в критериях ее подсистем. Иерархическая структура системы принятия решения имеет уровень координации решений локальных подсистем. Координация в сложной системе проводится с шагом дискретности. Это позволяет использовать итерационный принцип по наполнению базы данных и ее обновлению. Условия неопределенности существенно увеличивают объем обрабатываемой информации. В результате выстраивается иерархический программный комплекс по управлению базой данных.

**Ключевые слова:** иерархическая база данных, итерационный процесс, декомпозиция, неопределенные факторы, управление информационной системой.

### Для цитаты:

*Короткова Т.И., Мохов А.А.* Итерационное наполнение и обновление информации при управлении иерархической базой данных // Моделирование и анализ данных. 2020. Том 10. № 2. С. 93–101. DOI:10.17759/mda.2020100207

\***Короткова Татьяна Ивановна**, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математической кибернетики факультета информационных технологий и прикладной математики, ФГБОУ ВО МАИ (НИУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6325-2684>, e-mail: [tatyanamail11@yandex.ru](mailto:tatyanamail11@yandex.ru)

\*\***Мохов Анатолий Андреевич**, магистрант кафедры математической кибернетики факультета информационных технологий и прикладной математики, ФГБОУ ВО МАИ (НИУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5504-3820>, e-mail: [tolik.mohov25@gmail.com](mailto:tolik.mohov25@gmail.com)



## 1. ВВЕДЕНИЕ

Большие технические, биологические, экономические, социальные, организационные системы имеют сложную структуру и составлены из подсистем, как из модулей [1,2,11,12]. Как правило, взаимные отношения между подсистемами выстраиваются на основе многоуровневого принципа подчинения и имеют иерархическую структуру. Эта структура составлена из двухуровневых иерархических систем, как из модулей [1,2]. Поэтому для системы любой степени сложности достаточно обозначить принципы согласования в двухуровневой системе. В такой системе есть подсистемы нижнего уровня и управляющая система-координатор [4,5,10]. Эта централизованная координирующая система исключает несогласованность управления локальными подсистемами.

Для надежного хранения, обновления и управления информацией в сложных иерархических системах используются базы данных с соответствующей иерархической структурой [1,7,8,9]. Обеспечение оптимального управления глобальной двухуровневой системой достигается выстраиванием локальных баз данных для локальных систем управления. Информационные взаимосвязи между локальными системами зависят от координирующих информационных потоков верхнего уровня [7].

Условия неопределенности в показателях качества управления существенно увеличивают объемы информационных потоков в базе данных [6,7,8,9,13]. Вследствие этого обстоятельства быстро накапливаются и объемы избыточной информации [3]. В этой статье предлагается методика дискретного пошагового накопления и обновления информации в иерархической базе данных на основе организации итерационного процесса решения координационной задачи верхнего уровня и дается описание алгоритмического и программного обеспечения для предложенной методики.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ДИСКРЕТНОГО ПОШАГОВОГО НАКОПЛЕНИЯ И ОБНОВЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ В ИЕРАРХИЧЕСКОЙ БАЗЕ ДАННЫХ

Будем полагать, что общая модель системы задана отображением:  $P:U \rightarrow X$ , где  $U$  – множество управляющих векторов  $u$  из  $r$ -мерного евклидова пространства  $E^r$ ,  $X$  – множество векторов состояний системы  $x$  из  $l$ -мерного евклидова пространства  $E^l$ .

В сложной системе размерности  $r$  и  $l$  пространств  $E^r$  и  $E^l$  являются достаточно большими.

Отметим, что в сложной системе критерий эффективности  $G$  отягощен зависимостью от неконтролируемых векторов  $y$ . Известно, что вектор  $y$  принадлежит некоторому множеству  $Y$ . Таким образом  $G:U \times X \times Y \rightarrow R$ .

Для определенности показатель эффективности нужно минимизировать. Это не ограничивает общность рассматриваемых вопросов и принципов составления модели управления базой данных.

В соответствии с принципом гарантированного результата задача управления сложной информационной системой имеет вид:



найти оптимальную пару  $(u^0, x^0)$  и такой вектор  $y^0$ , которые обеспечивают

$$\min_{(u,x) \in \mathbb{Z}} \max_{y \in Y} G(u, x, y) = G(u^0(y^0), x^0(y^0), y^0),$$

$$\mathbb{Z} = \{(u, x) : u \in U \subset E^r, x \in X \subset E^l, x = P(u)\}$$

Три правила декомпозиции сложной системы на  $m$  подсистем:

$$1) \quad E^r = \prod_{i=1}^m E^{r_i}, E^l = \prod_{i=1}^m E^{l_i}, X = \prod_{i=1}^m X^i, U = \prod_{i=1}^m U^i$$

$$2) \quad x = P(u) = \begin{pmatrix} \tilde{P}_1(u) \\ \vdots \\ \tilde{P}_m(u) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_1(u_1, \lambda_1) \\ \vdots \\ P_m(u_m, \lambda_m) \end{pmatrix} \lambda_i = \overline{K_i(u)} \quad = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix}$$

$i = 1, m$

где  $u_i$  – вектор управления  $i$ -й подсистемы,  $u_i \in U^i$ ,

$x_i$  – вектор состояния  $i$ -й подсистемы,  $x_i \in X^i$ ,

$\lambda_i$  – обобщенная связующая переменная, определяющая связь  $i$ -й подсистемы с другими подсистемами,

$K_i(u)$  – функция, определяющая связь  $i$ -й подсистемы с другими подсистемами, причем  $K_i(u) = \sum_{j=1}^m K_{ij}(u_j)$ ,

$$3) \quad G(u, x, y) = \sum_{i=1}^m \tilde{G}_i(u, x, y) = \sum_{i=1}^m G_i(u_i, x_i, \lambda_i, y)_{\lambda_i = \overline{K_i(u)}}$$

Далее опишем методику решения поставленной задачи.

### 3. ПОЭТАПНОЕ ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА НАКОПЛЕНИЯ И ОБНОВЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ В ИЕРАРХИЧЕСКОЙ БАЗЕ ДАННЫХ

Методика включает 13 основных этапов:

1. Задание исходных данных:  $G, U, X, P, Y, Z, \Lambda, r, l, m$ .
2. Формирование  $\Lambda^i, X^i, U^i, r_i, l_i, P_i, K_i, G_i, K_{ij}$  для  $i = \overline{1, m}, j = \overline{1, m}$  по правилам 1), 2), 3).
3. Формирование модифицированных функций

$$G_{i\beta} = G_i(u_i, x_i, \lambda_i, y) + \lambda_i \beta_i - \sum_{j=1}^m \beta_j K_{ij}(u_j), \quad i = \overline{1, m}$$

4. Формирование модифицированных задач

$$\min_{(u_i, x_i, \lambda_i) \in \mathbb{Z}_i} \max_{y \in Y} G_{i\beta}(u_i, x_i, \lambda_i, y, \beta) = G_{i\beta}(u_i^0(y^0(\beta)), x_i^0(y^0(\beta)), \lambda_i^0(y^0(\beta)), y^0, \beta)$$

$$Z_i = \{(u_i, x_i, \lambda_i) : u_i \in U^i, x_i \in X^i, x_i = P_i(u_i, \lambda_i)\}$$



5. Формирование задач координации второго уровня  
 $\lambda_i^0(y^0(\beta), \beta) = K_i(u^0(y^0(\beta), \beta)), i = \overline{1, m}$ .
6. Задание  $\beta^0, k = 0, \varepsilon > 0, h$  (шаг дискретности съема информации).
7. Решение задачи п.4:  $u^0(y^0(\beta^{(k)}), \beta^{(k)}), \lambda^0(y^0(\beta^{(k)}), \beta^{(k)})$ .
8. Вычисление невязки  $\Delta_k = \|\lambda^0(y^0(\beta^{(k)}), \beta^{(k)}) - K(u^0(y^0(\beta^{(k)}), \beta^{(k)}))\|$ .
9. Проверка  $\Delta_k < \varepsilon$ .
10. При выполнении п.9 вывод оптимального управления  $u^0(y^0(\beta^{(k)}), \beta^{(k)})$ .
11. Иначе подстройка координирующего воздействия по формуле  $\beta^{(k+1)} = \beta^{(k)} + h\Delta_k$ .
12. Переход на следующую итерацию  $k = k + 1$ .
13. Возвращение на п.7.

#### 4. ОСОБЕННОСТИ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

На данный момент системы управления баз данных позволяют решать обильный круг задач по работе с базами данных без дополнительной разработки и реализаций приложений. Однако, потребность в создании приложений для работы с иерархической БД существует и в настоящее время. Потребности для разработки существуют в том случае, если приложение реализуется для автоматизации манипуляций с данными, так как терминальный интерфейс систем управления недостаточно развит, либо же стандартный набор функций, которыми обладает база данных не устраивает пользователя. Основой любого реализуемого приложения должны быть функции или процедуры определенного языка программирования.

Иерархическая модель данных опирается на теорию графов. В основе иерархической модели лежит регламентированный граф. Описывается подобная схема иерархической базы данных на некоторых языках программирования как тип данных «дерево». В диаграмме регламентированного графа его вершины используются в качестве сущностей для хранения данных, а ребра – типов связи между типами сущностей. В иерархической модели базы данных действуют следующие внутренние ограничения на представление связей между сущностями:

- структура связей древовидная;
- все типы связей имеют функциональные отношения (1:1, 1:M, M:1), где 1:1 – один к одному, 1:M – один ко многим и M:1 – многие к одному.

Введенный выше тип является составным типом данных, он включает в себя подтипы, которые, очевидно, имеют названия «поддерева», любой из этих подтипов в свою очередь является типом «дерево». Каждый подобный тип «дерево» образован из одного корневого типа и составленного в определенном порядке набора подчиненных типов ниже по иерархии. В соответствии с рассматриваемым алгоритмом накопления и обновления информации наша иерархическая модель будет содержать два уровня – верхний и нижний. На верхнем уровне будет располагаться составной корневой тип – координатор, который будет содержать основные данные алгоритма. На нижнем уровне будет располагаться несколько подчиненных составных типов –  $i$ -ые локальные задачи, в которых будут храниться данные для решения локальных задач и связующие

переменные с другими типами. Тип «дерево» показан в качестве совокупности типов на рисунке 1.

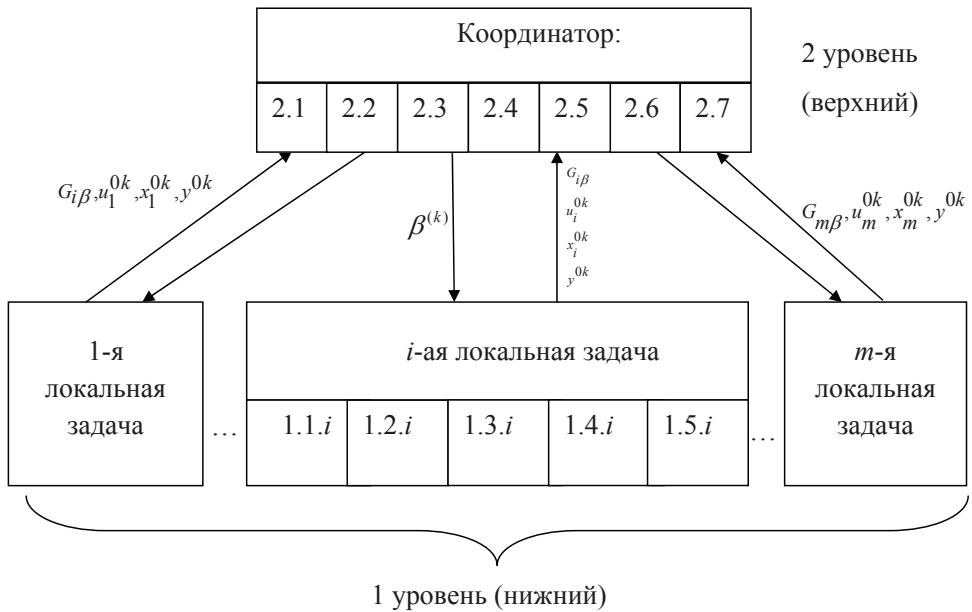


Рис. 1. Фрагмент двухуровневого дерева в алгоритме

Пояснение к рисунку 1:

- 2.1 – задание  $\beta^0$ ,
- 2.2 – оценивание неблагоприятных неопределенных факторов  $y^0(\beta^{(k)})$ ,
- 2.3 – вычисление невязки  $\Delta_k$  в соответствии с п.8 алгоритма,
- 2.4 – проверка точности решения в соответствии с п.9 алгоритма,
- 2.5 – подстройка координирующего сигнала в соответствии с п.11,
- 2.6 – выработка решения по оценке и учету неопределенных факторов,
  - 1.1.i – решение  $i$ -ой модифицированной задачи п.4. алгоритма при  $\beta = \beta^{(k)}$ ,
  - 1.2.i – выбор  $i$ -го локального оптимального управления  $u_i^o(y^0(\beta^{(k)}), \beta^{(k)})$ ,
  - 1.3.i – вычисление  $i$ -го локально оптимального вектора состояний  $x_i^o(y^0(\beta^{(k)}), \beta^{(k)})$ ,
  - 1.4.i – оценка неблагоприятного неопределенного фактора  $y^0(\beta^{(k)})$ ,
  - 1.5.i – оценка оптимальной составляющей  $G_{i\beta}^{o(k)}$  для глобального функционала качества.

Иерархическая база данных является регламентированным объединением данных типа «дерево», содержащим экземпляры типа «запись». Периодически отношения между типами переносятся в отношения между записями, которые хранят символичные, числовые значения, составляющие главное содержание базы данных. Осмотр элементов, принадлежащих иерархической модели базы данных, как правило, заключается, в обходе сверху вниз и слева направо.





В рамках разработки данной темы было написано программное обеспечение для задачи математического программирования, сформирована иерархическая база данных, при этом использовался иерархический алгоритм принятия решения, описанный выше.

Для разработки приложения был выбран язык программирования C#. Это современный высокоуровневый объектно-ориентированный язык программирования.

Язык программирования C# довольно похож на язык Java, но существуют достаточно весомые различия между компонентной объектной моделью основного стандарта Microsoft для проектирования и модификации программного обеспечения и моделью Java Beans. Безусловно, многие характеристики были получены от прародителя – языка программирования Visual Basic.

Основой языка C# является строгая компонентная архитектура, которая может воплощать прогрессивные методы обеспечения программного кода.

К самым явным чертам похожести языков программирования C# и Java можно отнести единственность наследования, эта черта присутствует по той причине, что оба эти языка относятся к категории объектно-ориентированных, похожие механизмы интерфейсов, сбор мусора и пространства имен реализованы аналогичным образом, эти языки обладают схожей строгой типизацией кода при реализации программного обеспечения.

Язык C# аналогичным образом имеет схожие черты и с другим своим предшественником – языком программирования C++, такие как перегруженность операторов, возможность операций с плавающей точкой и особенности встроеного синтаксиса.

В качестве интерфейса для разработанного приложения был выбран WinForms. В качестве основной платформы – Net Framework 4.5, это одна из крайних версий фреймворка, которая имеет свежий качественный функционал.

### *Литература*

1. Минимизация избыточной информации в иерархической базе данных / Короткова Т.И., Лунова С.Ю., Алексеев Н.С., Виноградов В.И // Информационные и телекоммуникационные технологии, 2018. № 39. С. 11–19.
2. Короткова Т.И. Многокритериальный алгоритм принятия решения в системе обеспечения информационной безопасности объектов гражданской авиации // Труды МАИ, 2015. № 84.
3. Короткова Т.И. Описание процедур программы оперативного обновления содержания INTERNET учебников // Электронный журнал «Труды МАИ», 2012. № 49.
4. Panteleev A.V., Panovskiy V.N. Application of open-source optimization library "Extremum" to the synthesis of feedback control of a satellite // Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal, 2019. vol. 4, no. 5, pp. 23–29. doi: 10.25046/aj040503
5. Panteleev A.V., Rybakov K.A. Continuous optimal stochastic control systems with incomplete feedback: Approximate synthesis // Automation and Remote Control, 2018. vol. 79, no. 1, pp. 103–116. doi: 10.1134/S0005117918010095
6. Korotkova T.I., Kuzmina Y. Decision algorithm with uncertainties in a multi-purpose flight safety system // Cite as: AIP Conference Proceedings 2181, 020004 (2019). URL: <https://doi.org/10.1063/1.5135664> (Published Online: 22.11.2019). doi: 10.1063/1.5135664
7. Russell D., Kohn R. Hierarchical data model / -М., 2013. p. 102.
8. Karane M., Panteleev A.V. Hybrid multi-agent optimization method of interpolation search // AIP Conference Proceedings, 2019. vol. 2181, id 020028. doi: 10.1063/1.5135688
9. Panteleev A.V., Panovskiy V.N., Korotkova T.I. Interval explosion search algorithm and its application to hypersonic aircraft modelling and motion optimization // Bulletin of the South Ural



- State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software (Bulletin SUSU MMCS), 2016. vol. 9, no. 3, pp. 55–67. doi: 10.14529/mmp160305
10. *Davtyan L.G., Pantelev A.V.* Method of parametric optimization of nonlinear continuous systems of joint estimation and control // *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2019. vol. 58, no. 3, pp. 360–373. doi: 10.1134/S1064230719030079
  11. *Korotkova T.I., Popova V.I.* Multicriteria hierarchical iterative interactive algorithm for organizing operational modes of large heat supply systems // *Journal of Physics: Conference Series.*, 2017. vol. 891, article ID 012164. doi: 10.1088/1742–6596/891/1/012164
  12. *Alfredo Arias-Montano, Carlos A. Coello Coello, Efred Mezura-Montes* Multi-Objective Evolutionary Algorithms in Aeronautical and Aerospace Engineering // *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2012. № 16 (5), pp. 662–694. doi: 10.1109/TEVC.2011.2169968
  13. *Bortakovskii A.S., Nemychenkov G.I.* Optimal in the mean control of deterministic switchable systems given discrete inexact measurements // *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2019. vol. 58, no. 1, pp. 50–74. doi: 10.1134/S1064230719010052



## Iterative Filling and Updating of Information When Managing a Hierarchical Database

**Tatyana I. Korotkova\***

Moscow Aviation Institute

(National Research University), Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6325-2684>

e-mail: [tatyanamail11@yandex.ru](mailto:tatyanamail11@yandex.ru)

**Anatoly A. Mokhov\*\***

Moscow Aviation Institute

(National Research University), Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5504-3820>

e-mail: [tolik.mohov25@gmail.com](mailto:tolik.mohov25@gmail.com)

The choice of optimal control in complex systems involves handling large amounts of information. The database of such a decision-making system has a hierarchical structure. The article describes the principle of filling and updating information when managing a hierarchical database of a complex system in the presence of uncertain factors. Uncertain factors are present in the criteria for the effectiveness of a complex system and in the criteria for its subsystems. The hierarchical structure of the decision-making system has a level of coordination of decisions of local subsystems. Coordination in a complex system is carried out with a step of discreteness. This allows you to use the iterative principle of filling the database and updating it. Uncertainty conditions significantly increase the amount of information processed. As a result, a hierarchical software package for database management is built.

**Keywords:** hierarchical database, iterative process, decomposition, uncertain factors, information systems management.

### For citation:

Korotkova T.I., Mokhov A.A. Iterative Filling and Updating of Information When Managing a Hierarchical Database. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2020. Vol. 10, no. 2, pp. 93–101. DOI:10.17759/mda.2020100207 (In Russ., abstr. in Engl.).

### References

1. Minimizatsiya izbytochnoi informatsii v ierarkhicheskoi baze dannykh. [Minimization of redundant information in a hierarchical database]. Korotkova T.I., Luneva S.Yu., Alekseev N.S., Vinogradov V.I., *Informatsionnye i telekommunikatsionnye tekhnologii*. [Publ. Information and telecommunication technologies], 2018. № 39. pp. 11–19.

\***Tatyana I. Korotkova**, Doctor in Physics and Mathematics Sciences, Professor, Professor Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6325-2684>, e-mail: [tatyanamail11@yandex.ru](mailto:tatyanamail11@yandex.ru)

\*\***Anatoly A. Mokhov**, Magister in Physics and Mathematics, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5504-3820>, e-mail: [tolik.mohov25@gmail.com](mailto:tolik.mohov25@gmail.com)



2. Korotkova T.I. Mnogokriterial'nyi algoritm prinyatiya resheniya v sisteme obespecheniya informatsionnoi bezopasnosti ob"ektov grazhdanskoi aviatsii. [Multi-criteria decision-making algorithm in the system of information security of objects of civil aviation], *Elektronnyi zhurnal «Trudy MAI»*, 2015. № 84.
3. Korotkova T.I. Opisanie protsedur programmy operativnogo obnovleniya sodержaniya INTERNET uchebnikov. [Description of the procedures of the program for the online updating of the content of INTERNET textbooks], *Elektronnyi zhurnal «Trudy MAI»* [Publ. Electronic journal «Trudy MAI»], 2012. № 49.
4. Pantelev A.V., Panovskiy V.N. Application of open-source optimization library "Extremum" to the synthesis of feedback control of a satellite. *Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal*, 2019. vol. 4, no. 5, pp. 23–29. doi: 10.25046/aj040503
5. Pantelev A.V., Rybakov K.A. Continuous optimal stochastic control systems with incomplete feedback: Approximate synthesis. *Automation and Remote Control*, 2018. vol. 79, no. 1, pp. 103–116. doi: 10.1134/S0005117918010095
6. Korotkova T.I., Kuzmina Y. Decision algorithm with uncertainties in a multi-purpose flight safety system. Cite as: AIP Conference Proceedings 2181, 020004 (2019). URL: <https://doi.org/10.1063/1.5135664> (Published Online: 22.11.2019). doi: 10.1063/1.5135664
7. Russell D., Kohn R. Hierarchical data model / -M., 2013. p. 102.
8. Karane M., Pantelev A.V. Hybrid multi-agent optimization method of interpolation search. AIP Conference Proceedings, 2019. vol. 2181, id 020028. doi: 10.1063/1.5135688
9. Pantelev A.V., Panovskiy V.N., Korotkova T.I. Interval explosion search algorithm and its application to hypersonic aircraft modelling and motion optimization. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software (Bulletin SUSU MMCS)*, 2016. vol. 9, no. 3, pp. 55–67. doi: 10.14529/mmp160305
10. Davtyan L.G., Pantelev A.V. Method of parametric optimization of nonlinear continuous systems of joint estimation and control. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2019. vol. 58, no. 3, pp. 360–373. doi: 10.1134/S1064230719030079
11. Korotkova T.I., Popova V.I. Multicriteria hierarchical iterative interactive algorithm for organizing operational modes of large heat supply systems. *Journal of Physics: Conference Series*, 2017. vol. 891, article ID 012164. doi: 10.1088/1742-6596/891/1/012164
12. Alfredo Arias-Montano, Carlos A. Coello Coello, Efren Mezura-Montes. Multi-Objective Evolutionary Algorithms in Aeronautical and Aerospace Engineering. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2012. № 16 (5), pp. 662–694. doi: 10.1109/TEVC.2011.2169968
13. Bortakovskii A.S., Nemychenkov G.I. Optimal in the mean control of deterministic switchable systems given discrete inexact measurements. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2019. vol. 58, no. 1, pp. 50–74. doi: 10.1134/S1064230719010052

◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇ **МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ** ◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇

УДК 378.018.43

## **Автоматические рекомендации видеоматериалов к уроку в онлайн-школе с использованием нейролингвистического программирования**

***Смирнов Д.А.\****

Московский авиационный институт

(национальный исследовательский университет)

(ФГБОУ ВО МАИ (НИУ)), г. Москва, Российская Федерация

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7092-2612>

e-mail: [daniil.smirnov2311@yandex.ru](mailto:daniil.smirnov2311@yandex.ru)

***Сологуб Г.Б.\*\****

Московский авиационный институт

(национальный исследовательский университет)

(ФГБОУ ВО МАИ (НИУ)), г. Москва, Российская Федерация

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5657-4826>

e-mail: [glebsologub@ya.ru](mailto:glebsologub@ya.ru)

В статье изложен подход к автоматизации подбора видеоматериалов к текстовым слайдам на уроках английского языка в онлайн-школе путем векторизации текста слайда и субтитров видео при помощи меры TF-IDF и максимизации косинусной меры сходства этих векторных представлений.

**Ключевые слова:** автоматизация преподавания, дистанционное обучение, сходство текстов.

### **Для цитаты:**

*Смирнов Д.А., Сологуб Г.Б.* Автоматические рекомендации видеоматериалов к уроку в онлайн-школе с использованием нейролингвистического программирования // Моделирование и анализ данных. 2020. Том 10. № 2. С. 102–109. DOI: [10.17759/mda.2020100208](https://doi.org/10.17759/mda.2020100208)

\***Смирнов Даниил Алексеевич**, студент бакалавриата института «Информационные технологии и прикладная математика» Московского авиационного института (национального исследовательского университета), г. Москва, Россия, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7092-2612>, e-mail: [daniil.smirnov2311@yandex.ru](mailto:daniil.smirnov2311@yandex.ru)

\*\***Сологуб Глеб Борисович**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математической кибернетики института «Информационные технологии и прикладная математика» Московского авиационного института (национального исследовательского университета), г. Москва, Россия, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5657-4826>, e-mail: [glebsologub@ya.ru](mailto:glebsologub@ya.ru)

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время дистанционное обучение является достаточно удобной, а в ряде ситуаций и единственно доступной формой обучения.

В частности, распространено проведение индивидуальных уроков по английскому языку с преподавателем в онлайн-школах. Такие уроки представляют из себя видеоконференцию между учеником и преподавателем и проводятся, как правило, на специальной платформе, которая содержит и позволяет демонстрировать во время урока учебный контент различных типов, в частности, текстовые слайды и видеоматериалы. При подготовке урока преподаватель тратит время и силы на подбор релевантных видеоматериалов к слайдам урока по выбранной теме.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В качестве исходных данных дан набор текстовых слайдов и коллекция субтитров видеоматериалов. В системе для преподавателя это выглядит следующим образом:

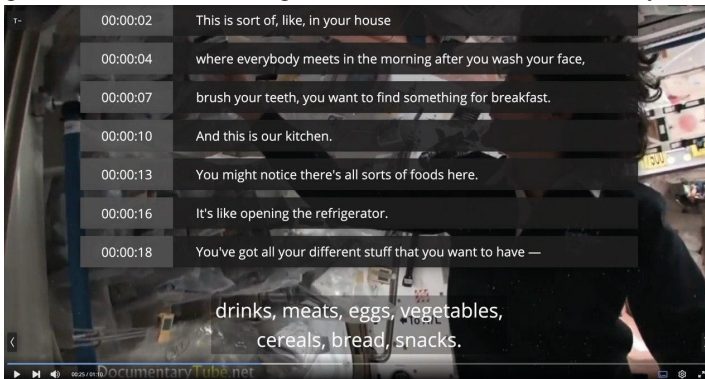


Рис. 1. Пример субтитров в системе для преподавателя

### Listen again and complete sentences 1-6

00:00 / 02:58

- 1 Superfoods are good for you because they have lots of  .
- 2 The most important thing is to eat healthy food every  .
- 3 In the past, astronauts ate a type of food pill when they were in  .
- 4 Food pills might become more  .
- 5 If you like chocolate ice cream, but your friend likes strawberry, you can eat the same ice cream and it will taste  for both of you.
- 6 The technology might not replace normal drinks and food, but it may become  in the future.

Рис.2. Пример слайда в системе для преподавателя





### 3. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Для автоматического подбора видеоматериалов к уроку будем сравнивать тексты слайдов и субтитры видео и находить среди них похожие.

Сформулируем алгоритм автоматических рекомендаций.

1. Провести предобработку исходных данных путём очистки их от тегов разметки и прочей служебной информации до состояния текстов на естественном языке.
2. Лемматизировать (привести к нормальным формам [1]) слова в текстах.
3. Представить тексты в виде числовых векторов.
4. Вычислить меру сходства каждого текста слайда с каждым текстом субтитров видео.
5. Рекомендовать для каждого слайда 5 видео с наиболее высокой мерой сходства текста субтитров с текстом данного слайда.

Реализуем алгоритм на языке программирования Python. Для предобработки исходных данных хорошо подходит библиотека для вычисления регулярных выражений `re` [2]. Остальные шаги будем осуществлять при помощи библиотеки методов машинного обучения `scikit-learn` и библиотеки инструментов нейролингвистического программирования `nlTK`. В частности, лемматизацию выполним при помощи встроенных функций библиотеки `nlTK`.

```
In [13]: l = lemmatize_sentence(df1.content[0])
df_lem_subs.content[0]

Out[13]: "i have five speak tip for you whenever you in public the first be you have to know your content wing it rarely look
k good so when friend call or text me say `` i have a big presentation i so nervous what do i do `` i say `` how we
ll do you know your content `` my second tip be be authentic how many time have you sit through a meeting or watch
a speaker where they just go in this like presentation mode they look uncomfortable maybe they look a little nervou
s their eye be all over the place and their body deceive them just be authentic be yourself guess what we human we
relate to other human so just be yourself be likeable be relatable the third tip i have be eye contact well let me
give you a little tip three to five second be really good eye contact now if you actually try it it will feel like
eternity but i promise you that it make the impression of confidence authority and like you really do know your stu
ff and hopefully you do the fourth tip have to do with these what on earth do we do with our hand when we talk i al
ways surprise that at wedding when people ask `` hey so what do you do `` and i tell them my business they like ``
what do i do with my hand `` well here be some really practical advice just relax them my fifth practical tip have
to do with those filler word you know which one i talk about the pesky one like `` umh `` `` ah `` `` and `` `` so
`` `` like `` 'well ' - they riddle throughout our presentation why do we do that so those be my five very practic
al tip to speak with more confidence"
```

Рис.5. Пример исходного кода субтитров после предобработки и лемматизации

```
In [22]: l = lemmatize_sentence(df_slides.slide_content[0])
for j in l:
    if j == "." or j == "!" or j == "?" or j == ",":
        l.remove(j)
    sub = ' '.join(l)
sub

Out[22]: "read the text again and complete the answer to the question my family hi my name 's ian haig and i 'm from glasgow
in scotland i 'm not english & ndash ; i 'm scottish i have a big family my father 's name be gordon and he 's 50 m
y mother be 45 her name 's anna and she 's very nice my mother 's scottish but her mother and father be italian the
y 're from milan i have three sister their name be rosie jenny and valeria valeria be an italian name rosie be 26 s
he 's tall and beautiful and she 's married her husband 's name be tom and he 's very tall jenny and valeria be 24
but jenny be tall with short hair and valeria be short with long hair we have a big new house and an old car it 's
slow and cheap and very small but it 's ok my mother and father be very short me well i 'm 21 i 'm not tall and i
'm slm with short hair i have a girlfriend but i 'm not marry her name be lucy and she 's very beautiful she 's ta
ll with short dark hair she 's english but she 's nice what be ian 's surname it 's where be ian from he 's from gl
asgow glasgow in scotland what be ian 's father 's name it 's gordon how old be ian 's mother she 's 45 forty-five
where be anna 's mother from she 's from italy milan milan italy what be jenny 's sister ' name their name be rosie
valeria rosie and valeria valeria rosie valeria and rosie what be rosie 's husband 's name hi name be tom be their
car fast and expensive no it 's slow and cheap slow cheap slow and cheap and very small slow cheap small where be i
an 's girlfriend from she 's from england"
```

Рис.6. Пример исходного кода слайда после предобработки и лемматизации

Для векторизации текстов слайдов и субтитров видео будем использовать статистическую меру  $TF-IDF$  (от англ.  $TF$  – term frequency, частотность терминов,  $IDF$  – inverse document frequency, обратная частотность документов).





Эта мера используется в качестве простого и удобного способа оценки важности слова в тексте, являющемся частью коллекции текстов [3]. Будем использовать её, чтобы оценить важность каждого слова для текста слайда или субтитров видео относительно остальных текстов и составить вектор из таких оценок для каждого текста.

Мера *TF-IDF* вычисляется как произведение величин *TF* и *IDF*.

*TF* – это величина, которая показывает относительную частоту встречаемости данного слова в данном тексте и вычисляется по формуле:

$$TF(t) = \frac{n_t}{\sum_{k=1}^m n_k},$$

где  $t$  – слово, частотность которого вычисляется;  $n_t$  – количество раз, когда слово  $t$  встретилось в тексте,  $\sum_{k=1}^m n_k$  – количество всех слов в тексте,  $m$  – количество уникальных слов.

*IDF* – это величина, обратная частоте встречаемости слова в текстах коллекции субтитров, которая вычисляется по формуле:

$$IDF = \log \frac{|D|}{|d_i \supseteq t|},$$

где  $|D|$  – количество текстов в коллекции;  $|d_i \supseteq t|$  – количество текстов, в которых встречается слово  $t$ .

Каждому тексту слайдов и субтитров видео сопоставим вектор оценок *TF-IDF* входящих в него слов, вычисленных при помощи встроенного метода из библиотеки *scikit-learn*.

```
In [42]: get_vectors(df_lem_subs.content[0])
Out[42]: array([[ 1,  1,  1,  1,  1,  1,  1,  5,  1,  1,  2,  1, 13,  1,  1,  1,  1,
  1,  2,  2,  2,  1, 15,  1,  1,  3,  1,  1,  1,  1,  3,  1,  1,
  1,  1,  1,  2,  1,  2,  7,  1,  1,  1,  2,  2,  1,  1,  2,  4,
  4,  4,  1,  6,  1,  2,  3,  1,  1,  1,  2,  1,  1,  1,  5,  2,
  1,  1,  1,  2,  2,  1,  2,  1,  1,  1,  1,  3,  3,  1,  1,  1,
  3,  1,  1,  1,  1,  2,  2,  1,  6,  1,  2,  1,  1,  1,  2,  1,
  1,  3,  6,  2,  3,  1,  5,  1,  1,  2,  1,  1,  1,  1,  7,  6,
  1,  1,  1,  1,  1,  5,  1,  4,  5,  3,  1,  1,  1,  1,  1,  1,
  5,  1, 12,  3,  2]])
```

Рис.7. Результат векторизации текста субтитров

```
In [40]: get_vectors(slide)
Out[40]: array([[ 1,  1,  1,  1,  1,  1,  5,  1,  1,  2,  1, 13,  1,  1,  1,  1,
  1,  2,  2,  2,  1, 15,  1,  1,  3,  1,  1,  1,  1,  3,  1,  1,
  1,  1,  1,  2,  1,  2,  7,  1,  1,  1,  2,  2,  1,  1,  2,  4,
  4,  4,  1,  6,  1,  2,  3,  1,  1,  1,  2,  1,  1,  1,  5,  2,
  1,  1,  1,  2,  2,  1,  2,  1,  1,  1,  1,  3,  3,  1,  1,  1,
  5,  3,  1,  1,  1,  1,  2,  2,  1,  6,  1,  2,  1,  1,  1,  2,
  1,  1,  3,  6,  2,  3,  1,  5,  1,  1,  2,  1,  1,  1,  1,  7,
  6,  1,  1,  1,  1,  1,  5,  1,  4,  5,  3,  1,  1,  1,  1,  1,
  1,  5,  1, 12,  3,  2]])
```

Рис.8. Результат векторизации текста слайда

Для вычисления сходства текстов по полученным векторам будем использовать меру косинусного сходства, которая вычисляется как косинус угла между этими векторами по формуле:

$$\text{similarity} = \cos \alpha = \frac{A \cdot B}{|A||B|} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i B_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n A_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n B_i^2}},$$

где  $A \cdot B$  – скалярное произведение;  $|A||B|$  – произведение длин векторов.

Чем больше косинус, тем меньше угол между векторами, а значит и меньше различие между текстами, которые мы сравниваем [1]. Для каждой пары текста слайдов и текста субтитров видео вычислим меру косинусного сходства при помощи встроенного метода из библиотеки scikit-learn.

```
In [48]: get_cosine_sim(slide, df_lem_subs.content[0])
Out[48]: array([[1.          , 0.37487662],
               [0.37487662, 1.          ]])
```

Рис.9. Пример расчета меры косинусного сходства для векторов

Далее для каждого заданного преподавателем слайда будем рекомендовать 5 видеоматериалов, сходство текста субтитров которых с текстом этого слайда максимально. Видеоматериалы предъявляются преподавателю в соответствии с убыванием меры сходства.

```
In [32]: lst[0]
Out[32]: " Look at Robert. What is he doing? He's playing soccer. What is he wearing? He's wearing shorts and a T-shirt. Is it hot? Yes, it is. Look, it's Ben. He is playing in the snow. Is he wearing shorts and a T-shirt? No, it's cold. He's wearing a hat, a coat, a sweater, gloves and boots. What is this girl doing? She's running. Is she wearing a coat and a hat? No, it's warm. Is she wearing shorts and a T-shirt? No, it's raining. She's wearing pants and a sweat shirt. What are you wearing? Is it cold? Are you wearing a coat and a hat? Is it warm? Are you wearing shorts and a T-shirt?"

In [33]: df_slides.slide_content[0]
Out[33]: " Read the text again and complete the answers to the questions My family Hi! My name's Ian Haig and I'm from Glasgow in Scotland. I'm not English &ndash; I'm Scottish! I have a big family. My father's name is Gordon and he's 50. My mother is 45. Her name's Anna and she's very nice. My mother's Scottish but her mother and father are Italian. They're from Milan. I have three sisters. Their names are Rosie , Jenny , and Valeria. Valeria is an Italian name. Rosie is 26. She's tall and beautiful , and she's married. Her husband's name is Tom and he's very tall. Jenny and Valeria are 24 , but Jenny is tall with short hair and Valeria is short with long hair. We have a big , new house and an old car. It's slow and cheap , and very small! But it's OK! My mother and father are very short! Me? Well , I'm 21 , I'm not tall , and I'm slim with short hair. I have a girlfriend but I'm not married. Her name is Lucy and she's very beautiful. She's tall with short , dark hair. She's English but she's nice! What is Ian's surname? It's . Where is Ian from? He's from Glasgow Glasgow in Scotland . What is Ian's father's name? It's Gordon . How old is Ian's mother? She's 45 forty-five . Where is Anna's mother from? She's from Italy Milan Milan , Italy . What are Jenny's sisters' names? Their names are Rosie , Valeria Rosie and Valeria Valeria , Rosie Valeria and Rosie . What is Rosie's husband's name? His name is Tom . Is their car fast and expensive? No , it's slow and cheap slow , cheap and slow and cheap , and very small slow , cheap , small . Where is Ian's girlfriend from? She's from England . "
```

Рис.10. Пример текста субтитров видеоматериалов, рекомендованных к тексту слайда



- 1 Superfoods are good for you because they have lots of  .
- 2 The most important thing is to eat healthy food every  .
- 3 In the past, astronauts ate a type of food pill when they were in  .
- 4 Food pills might become more  .
- 5 If you like chocolate ice cream, but your friend likes strawberry, you can eat the same ice cream and it will taste  for both of you.
- 6 The technology might not replace normal drinks and food, but it may become  in the future.

#### Related videos

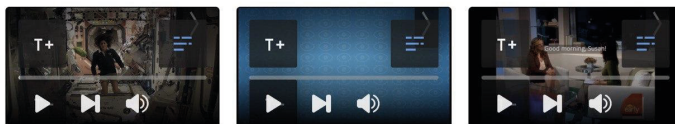


Рис.11. Пример результата работы программы в системе для преподавателя

## 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Поставлена задача построения автоматических рекомендаций видеоматериалов к слайдам урока в онлайн-школе английского языка. Сформулирован алгоритм решения этой задачи на основе методов нейролингвистического программирования путем векторизации текстов слайдов и текстов субтитров видео при помощи меры *TF-IDF* и максимизации косинусной меры сходства этих векторных представлений. Описана реализация этого алгоритма на языке Python с применением свободно-распространяемых библиотек подпрограмм.

Предложенный алгоритм может быть использован для построения автоматических рекомендаций любого контента, имеющего текстовое представление.

### *Литература*

1. *Daniel Jurafsky, James H. Martin*. Speech and Language Processing. An Introduction to Natural Language Processing, Computational Linguistics, and Speech Recognition. Second Edition. Pearson Education International. – 2009. – 1024 pp.
2. *Фридл Дж.* Регулярные выражения. – СПб.: «Питер», 2001. – 352 с. – ISBN 5–318–00056–8.
3. *Jones K.S.* A statistical interpretation of term specificity and its application in retrieval // Journal of Documentation. – MCB University Press. – 2004. – Vol. 60, no. 5. – P. 493–502. – ISSN 0022–0418.



# Automatic Recommendation of Video for Online School Lesson Using Neuro-Linguistic Programming

**Daniil A. Smirnov\***

Moscow Aviation Institute  
(National Research University), Moscow, Russia  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7092-2612>  
e-mail: [daniil.smirnov2311@yandex.ru](mailto:daniil.smirnov2311@yandex.ru)

**Gleb B. Sologub\*\***

Moscow Aviation Institute  
(National Research University), Moscow, Russia  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5657-4826>  
e-mail: [glebsologub@ya.ru](mailto:glebsologub@ya.ru)

The article describes an approach to automating the matching of video materials to text slides in English classes in an online school by vectorizing slide text and video subtitles using the TF-IDF measure and maximizing the cosine similarity measure of these vector representations.

**Keywords:** teaching automation, distance learning, text similarity.

## For citation:

Smirnov D.A., Sologub G.B. Automatic Recommendation of Video for Online School Lesson Using Neuro-Linguistic Programming. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2020. Vol. 10, no. 2, pp. 102–109. DOI:10.17759/mda.2020100208 (In Russ., abstr. in Engl.).

## References

1. Daniel Jurafsky, James H. Martin. Speech and Language Processing. An Introduction to Natural Language Processing, Computational Linguistics, and Speech Recognition. Second Edition. *Pearson Education International*, 2009. 1024 pp.
2. Friedl, John. *Regulyarnye vyrazheniya = Regular Expressions*. *Piter*, 2001. 352 pp. ISBN 5-318-00056-8.
3. Jones K.S. A statistical interpretation of term specificity and its application in retrieval. *Journal of Documentation*. *MCB University Press*, 2004. Vol. 60, no. 5, pp. 493–502. ISSN 0022-0418.

\***Daniil A. Smirnov**, undergraduate student of the Institute of Information Technology and Applied Mathematics, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7092-2612>, e-mail: [daniil.smirnov2311@yandex.ru](mailto:daniil.smirnov2311@yandex.ru)

\*\***Gleb B. Sologub**, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the Department of Mathematical Cybernetics, Institute of Information Technologies and Applied Mathematics, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5657-4826>, e-mail: [glebsologub@ya.ru](mailto:glebsologub@ya.ru)

## Роль образного мышления в научном мышлении

### **Куланин Е.Д. \***

Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ),  
г. Москва, Российская Федерация  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>  
e-mail: [lucas03@mail.ru](mailto:lucas03@mail.ru)

### **Степанов М.Е. \*\***

Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ),  
г. Москва, Российская Федерация  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4803-8211>  
e-mail: [mestepanov@yandex.ru](mailto:mestepanov@yandex.ru)

### **Нуркаева И.М. \*\*\***

Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ),  
г. Москва, Российская Федерация  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1949-6734>  
e-mail: [nurkaevaim@yandex.ru](mailto:nurkaevaim@yandex.ru)

В статье рассматривается роль образного мышления в научном мышлении и, в частности, в преподавании математики в высших учебных заведениях. С этой точки зрения освещается соотношение между абстрактными аналитическими и наглядными геометрическими методами в математике, причем делается вывод о том, что последние составляют основу для применения образного мышления в математике.

**Ключевые слова:** обучение, математика, логика, образ, воображение, абстрактное мышление, наглядное мышление.

### **Для цитаты:**

Куланин Е.Д., Степанов М.Е., Нуркаева И.М. Роль образного мышления в научном мышлении // Моделирование и анализ данных. 2020. Том 10. № 2. С. 110–128. DOI: [10.17759/mda.2020100209](https://doi.org/10.17759/mda.2020100209)

\***Куланин Евгений Дмитриевич**, кандидат физико-математических наук, профессор, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>, e-mail: [lucas03@mail.ru](mailto:lucas03@mail.ru)



**\*\*Степанов Михаил Евграфович**, кандидат педагогических наук, доцент, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4803-8211>, e-mail: [mestepanov@yandex.ru](mailto:mestepanov@yandex.ru)

**\*\*\*Нуркаева Ирина Михайловна**, кандидат педагогических наук, доцент, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1949-6734>, e-mail: [nurkaevaim@yandex.ru](mailto:nurkaevaim@yandex.ru)

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Человеческая психика является весьма сложной, но целостной системой. Однако в научных исследованиях она обычно рассматривается как комплекс относительно независимых компонентов. Примерами могут служить разделение психики на сознание и подсознание или выделение особых сфер психической деятельности, таких как мышление, эмоции, память и т.д. Естественно, подобное разделение неизбежно, и, конечно, оно отражает реальные особенности психики. Но, как говаривал Фауст: «Суха, мой друг, теория везде, а древо жизни пышно зеленеет». Именно по этой причине следует учитывать тот факт, что принятие любой научной схемы упрощает, обедняет и в чем-то искажает картину реального явления.

Это обстоятельство легко подтвердить историческими примерами. В традиционных обществах был хорошо известен тот факт, что действия человека не определяются только его сознательной жизнью, а тем более только мышлением. Но в Новое время, в эпоху Просвещения возникает тесно связанный с идеями гуманизма рационализм. При этом противостоящий ему сенсуализм спорит с рационализмом только по поводу источников знания. Духовная же жизнь человека и для рационалиста, и для сенсуалиста предстает чем-то достаточно обозримым. Под влиянием таких представлений человек превращается исключительно в Человека Разумного. Главным его качеством становится разум, то есть способность мыслить. И когда, намного позже, такие ученые как Фрейд и Юнг сказали о том, что в человеке заложены очень мощные пласты психики, не охваченные сознанием, это, известное всем сколько-нибудь развитым религиозным системам обстоятельство, потрясло научный мир. И это при том, что, например, Фрейд сводит чрезвычайно широкий мир подсознания к довольно специфическим механизмам, связанным с физиологией.

Этим примером хотелось бы показать, что существует определенное противостояние между традиционным восприятием человека и научной теорией. Преимущества теоретического знания широко декларировались на протяжении нескольких столетий. Суть этих деклараций состоит в следующем.

- Наука основывается на опытных данных. Она отменяет надуманные и ложные представления. Широко известен ответ Лапласа Наполеону о том, что в такой гипотезе, как Бог, он не нуждается.
- Наука является теоретически обоснованной системой утверждений, между которыми установлены логические связи.
- Наука, основанная на опыте и логике, достовернее любого другого вида человеческих знаний, включая религию, философию, искусство, а тем более такого недостаточно изученного феномена, как обыденное сознание.



- Для ученых является аксиомой то утверждение, которое можно выразить, перефразировав слова Ленина: «Наука всесильна, потому что она верна».
- Наконец, с точки зрения практической наука является двигателем прогресса и приносит человечеству в основном благоденствия при незначительных издержках.
- Противостояние науке, в какой бы форме оно не выражалось, является мракобесием. К сожалению, в настоящее время ход мировой истории показал, что не все обстоит столь благополучно. Налицо определенный конфликт научного сообщества и остального человечества, позиции которого мы условно будем связывать с традицией и называть соответствующую точку зрения традиционной.

В чем суть этой точки зрения?

- Наука подменяет собой все иные виды мировоззрения и отвергает важность многих вполне реальных феноменов, в том числе связанных с человеческой психикой, на том основании, что они не могут быть изучены опытным путем. В частности, значительная часть научного сообщества отрицает существование такого, осязаемого каждым из нас, феномена, как душа человека. Она заменяется ее различными теоретическими моделями и механизмами, например, в духе Ильи Пригожина – бифуркациями, а в духе Андрея Николаевича Колмогорова и Алана Тьюринга – конечными автоматами. Тем самым, в конечном счете, отвергается сам человек. При этом стоит отметить, что тест Тьюринга, доказывающий, что компьютер достиг в интеллектуальном отношении уровня человека, по сути, является квинтэссенцией обмана. Машина выдает себя за человека.
- В самовосприятии человека как личности заключена такая достоверность, или говоря словами философа Ивана Ильина, очевидность, которая превосходит обоснованность научных теорий и схем.
- Всесилие науки проявляется только в разрушении традиционного мира. Человечество поставлено на грань гибели «научными достижениями». Речь идет о ядерной физике, химии, засоряющей природные ландшафты неразлагающимися веществами, биоинженерии, повсеместном внедрении компьютерных технологий, негативно влияющих на детей и ведущих к необратимому изменению человеческой психики. Прогресс оказывается движением к обрыву.
- Науке и прогрессу необходимо, если и не противостоять, то ограничивать их.

В этой связи можно вспомнить движение луддитов, которое бессильно было остановить развитие новых технологий. Однако что-то делать необходимо. В частности еще и потому, что научный прогресс, хотим мы этого или не хотим, привел к возникновению трансгуманизма, направленного на такую кардинальную переделку человека, что ее можно приравнять к уничтожению традиционного человека и превращению его в подобие робота.

Приведем, на первый взгляд безобидную цитату [9]: «По-прежнему кажется совершенно таинственным то обстоятельство, что продуцирование поведения должно сопровождаться субъективной жизненной деятельностью». Автор, рассматривая личность, берет именно то, что является вторичным по отношению к внутреннему миру человека, как таковому, а именно его поведение.





Получается, что субъективная жизненная деятельность, то есть истинная внутренняя жизнь человека – нечто, неизвестно зачем и откуда взявшееся. У робота подобных аномалий нет. Главное для него поведение.

Думается, что в наше время каждый человек должен хорошо обдумать смысл и характер противостояния научной трансгуманистической идеологии и традиции. И сделать это нужно, прежде всего, для того, чтобы выбрать тот лагерь, к которому нужно присоединиться. Авторы статьи однозначно стоят на стороне традиции.

Отметим, что термин «душа» для воинствующих атеистов несет в себе религиозный привкус. По этой причине они могут посчитать противостояние трансгуманизма и традиции надуманным конфликтом. Им можно предложить следующую аналогию. Есть мало изученное с теоретической точки зрения понятие, которое даже после создания «теории всего», столь популярной среди физиков, останется неосвоенным наукой. Речь идет о явлении, которое называется «жизнь». Сомнений в необходимости ее сбережения пока никто открыто не выражает. В частности, в рамках научно обоснованной теоретической экологии ради сохранения жизни как таковой ведутся интенсивные исследования. Введено понятие экосистемы, и для сохранения жизни нужно каждую экосистему по возможности сделать неприкосновенной. Почему бы не сохранить и систему, которая может быть названа «традиционным человечеством»?

Что же касается науки, в определенных формах она, конечно, необходима и полезна, но следует установить для нее определенные границы. Это невероятно сложная задача, поскольку за спинами ученых стоят власть имущие, а их остановить очень трудно. Одним из важнейших фронтов протivoборства традиции и трансгуманизма является образование.

В противостоянии с трансгуманизмом, как это ни парадоксально, речь идет и о борьбе за сохранение научного стиля мышления в его традиционных формах, в том числе и в сфере математики. С одной стороны, дело в том, что трансгуманизм сознательно разрушает многие базовые компоненты мышления. А с другой – научный стиль мышления возник, по крайней мере, в Древней Греции, а, значит, может быть отнесен к традиционным достижениям человечества.

## **2. О РОЛИ ОБРАЗОВ В ОБУЧЕНИИ**

Приводимая ниже точка зрения более подробно изложена в [30].

Одна из наиболее сложных проблем обучения связана с невозможностью постепенно сложить новое знание из отдельных блоков, подготовленных заранее. В.В. Давыдов подчеркивает, что новое всегда возникает как целое [7]. В ряде случаев процесс учения может опираться на уже существующие в психике учащегося структуры, дающие ему целостный образ будущего знания. Этот образ не развернут и существует в сознании стихийно, не подчиняясь своему обладателю, но именно он является тем каркасом, на котором наращивается новое знание.

Чтобы пояснить эту мысль обратимся к творческому наследию древнегреческого философа Платона. Примеры, подтверждающие выдвинутую им теорию познания как припоминания известного, могут быть истолкованы совершенно иным образом:





обучение в ряде случаев есть процесс разворачивания давно знакомого и пребывающего в психике, но не осознанного.

Платон неопровержимо доказывает, что мальчик-раб, беседующий с Сократом, может судить об обсуждаемом предмете лишь по той причине, что в процессе жизнедеятельности у него сформировались достаточно развитые пространственные представления (беседа велась о геометрических вопросах). Используя выражение Гегеля, можно сказать, что он уже узнал, что такое пространство, но пока не познал его. Какова же в данном случае роль Сократа?

Если мальчик знает и чувствует предмет, то, что же нового вносит педагог, который просто задает вопрос за вопросом?

Мальчик знает и чувствует, но не владеет своим знанием и чувством, поскольку они не структурированы, а, следовательно, стихийны. Сократ своими вопросами выявляет те свойства изучаемого предмета, которые особенно важны в структурном отношении. При этом Сократ ничего не навязывает как догму, а лишь придает форму тому, что уже известно ученику. Он действует подобно художнику, оттеняющему ту или иную деталь на рисунке и, тем самым, придающему этому рисунку большую глубину и выразительность. Геометрическому знанию в данном случае предпосылается чувственный образ пространства.

Итак, если мы уверены, что некое явление включено в психику учащегося, ибо это включение является необходимым условием успешной жизнедеятельности, то переживание этого явления может быть взято в качестве исходного материала для созидания нового уровня понимания этого явления и явлений ему подобных.

Переживание в процессе обучения должно быть развернуто в осознаваемую структуру. Сам характер этой структуры определяется целями обучения, ведь одно и то же явление может восприниматься и с естественнонаучных и с художественно-эстетических позиций, а воспитание исследователя и художника требует выработки в равной мере сложных, но во многом отличных друг от друга психических структур.

Восприятие с помощью органов чувств предметов внешнего мира приводит к возникновению в сознании образов этих предметов. Однако, образ не является пассивным слепком предмета, который исчезает, как только предмет перестает воздействовать на органы чувств. Д.Н. Узнадзе подчеркивал, что восприятие является не ощущением, а переживанием предмета [25].

Человек может не ощущать предмет, но при этом переживать его. Образ предмета в этом случае возникает по той причине, что сознание человека направлено на этот предмет. Направленность сознания на предмет называется интенцией [13] или интенциональностью [26]. Мы будем применять второй термин, который широко используется в феноменологии Гуссерля и толкуется как фундаментальное свойство переживания быть «сознанием о...» [26]. И восприятие, и интенциональность, не связанная с непосредственным ощущением предмета, создают образ предмета через его переживание. Следует отметить, что в бытовой речи, а часто и в психологической литературе термин «переживание» используется для обозначения психических процессов, происходящих в кризисных для личности ситуациях [4]. Мы будем говорить



о переживании предмета, имея в виду тот факт, что предмет существует в сознании человека и является событием его жизни независимо от характера эмоциональной окраски этого события. Предмет при этом пребывает в психике субъекта как некий поток внутренних ощущений, ассоциаций, смыслов, представлений, оценок, эмоций и т.д. Весь этот многообразный поток интерпретируется субъектом как предмет.

Переживаться может не только реально существующий, но и воображаемый предмет (классический пример – кентавр). Тем не менее, в сознании он представлен и обладает рядом признаков. «Эти признаки не являются перцептуально наполненными; они представлены более или менее смутно» [33]. Это в равной степени относится к образам воображаемых и реально существующих объектов. Таким образом, тот или иной предмет может пребывать в сознании как переживание, но при этом не обладать ярко воспринимаемыми признаками, многие из которых даже не осознаются в достаточной степени. В таких случаях будем говорить о свернутом существовании предмета в сознании.

Знания о переживаемом предмете, как правило, достигается интуитивно, т.е. без осознания путей их получения. Целостность образа этого предмета делает возможным «целостное охватывание» условий проблемной ситуации. Так называемое образное мышление по своей сути является интуитивным. Используя его в обучении, нужно учитывать ряд его особенностей.

Образ, понимаемый как переживание, представляет собой поток, который проникает в самые, казалось бы, далекие от его содержания области психики человека.

«Любой образ есть ни что иное, как элемент образа мира, и сущность его не в нем самом, а в том месте, в той функции, которую он выполняет в целостном отражении реальности» [25]. Невозможность обособления конкретных образов от остальных психических процессов приводит к исключительной сложности сознательного контроля над ними. Они живут своей собственной жизнью в человеческой психике. По этой причине образное мышление требует определенной психической культуры.

В то же время именно с образным восприятием действительности связаны такие важнейшие факторы психической жизни как интерес, воображение, творчество. С.Л. Рубинштейн пишет, что переживание человеком своего отношения к миру составляет сферу чувств или эмоций, а эмоции в свою очередь включают в себя стремление, влечение к тому, что для чувства привлекательно [23]. По этой причине интерес как форма проявления познавательной потребности невозможен вне образного мышления.

Тот факт, что слова «воображение» и «образ» являются родственными [12] не случаен. «Воображение – это основа творческого процесса, способность к воссозданию образов, вызывание воспоминаний образов, когда-то увиденных предметов и событий, творческих актов, составление образов, символов в новое целое» [12].

Свидетельства о решающей роли образов в творческой деятельности самого различного характера широко известны. Наиболее ярко об этом рассказывает Моцарт: «Произведение растет, я слышу его все более и более отчетливо, и сочинение завершается в моей голове, каким бы оно не было длинным. Затем я его охватываю единым взором как хорошую картину» [1]. В области математики, считающейся сухой и



слишком формальной наукой, образы играют ничуть не меньшую роль. Теория Галуа требовала использования ряда принципов, которые были открыты только через четверть века. Сам Галуа тем не менее составил о них представление, но оно несомненно было хотя бы частично неосознанным [1], т.е. имело форму образа, а не понятия.

Можно утверждать, что образы должны целенаправленно использоваться в обучении (разумеется, их нельзя устранить даже при самом схоластическом подходе, но в этом случае использование образа становится тайной учащегося, а удача при обучении – делом случая). Отказавшись от использования образов, отказываются от «переживания жизненных смыслов» [31].

Отмеченные выше свернутость образов и стихийность их существования в психике человека требуют организации образов-переживаний. Духовная культура различных обществ по-разному решает эту задачу. В западной культуре используется переход к теоретическому мышлению, в восточной, оставаясь в рамках образного мышления, достигают его высшей формы – медитации.

«Медитацией называется интенсивное глубокое размышление в процессе сосредоточения на объекте с устранением всех рассеивающих внимание факторов» [2], т.е. медитацией можно считать в высшей степени концентрированную интенциональность. Медитация «состоит в утрате логической структурированности сознания, при которой человек ощущает себя погруженным в континуальный поток психики» [2].

Состояние медитации позволяет соединить в единое целое образ и действие, вызываемое этим образом. Например, китайская живописная техника «единой черты» требует от художника состояния медитации: «От одного взмаха кисти возникают горы и реки, люди и вещи, птицы и животные, травы и деревья, рыбные садки, павильоны и башни – рисуют ли их с натуры или проникают их общий смысл, выразят их характер или только воспроизведут общий дух, раскроют их всеобщность или передадут их частность» [10]. Китайский художник Су Ши говорит: «... начинай работать кистью, будто ты видишь как птица пикирует, как заяц убегает. Если ты замешкаешься на мгновение – все пропадет» [2].

Медитация показывает, сколь эффективным может оказаться образное мышление, поддержанное культурной традицией. Однако освоение медитации требует огромных усилий и длительного времени. В условиях европейской системы образования можно использовать для организации образного мышления лишь самые простые приемы концентрации внимания на образе и повышения интенсивности переживания. Тем не менее, и это может оказаться весьма полезным.

Восточный подход к знанию выражен в древнекитайской книге «Чжуан-цзы»: «Слова нужны – чтобы поймать мысль: когда мысль поймана, про слова забывают» [22]. Европейская культура, наоборот, ориентирована на теоретические формы знания, неотделимые от разнообразных знаковых систем, существующих в форме естественных и искусственных языков.

Язык является основным средством общения и получает известную самостоятельность в культуре, определяя специфику сознания и человеческой психики вообще [36]. В ходе языковой деятельности развилась логика, – «наука об общезначимых формах и средствах мысли, необходимых для рационального познания любой области зна-



ния» [36]. Вхождение в новое знание стало процессом освоения теории, т.е. формы знания, представленной средствами языка и организованной по законам логики.

Переживание предмета, образ, в теории заменяются понятием, в котором обобщаются свойства и признаки целого ряда предметов и явлений, существенные с точки зрения данной теории.

Теория может быть зафиксирована вне сознания человека с помощью знаковых средств языка. Тем самым она, как бы отчуждается от психики, предстает чем-то внешним по отношению к личности.

На самом же деле человек, владеющий теоретической моделью явления, обладает и высокой степенью организации образов, относящихся к этому явлению. Он получает в свои руки возможность предвидеть события, поскольку понимает их взаимосвязь. Теоретическая модель обладает логической ясностью и структурирует хаотическое и стихийное существование образов в психике.

В связи с этим понятна тенденция строить обучение в форме освоения теории без оглядки на образы, стоящие за понятиями теории. Обычно в таких случаях к ним обращаются достаточно случайно. Либо когда существует традиция в каком-то месте курса опираться на образное мышление, или когда личные пристрастия преподавателя побуждают его к этому.

В то же время ряд аргументов убеждает, что образ должен стать осознанным и необходимым элементом обучения. Прежде всего, устраняя образы, как правило, изгоняют содержание обучения. Учащийся долго осваивает непонятные (т.е. не включенные в его личный образ мира) преобразования, правила и т.д. Только проврвавшись через них, он может, наконец, увидеть то целое, к которому так долго шел.

В результате, устранив содержательную основу процесса обучения, одновременно устраняют ориентиры, по которым учащийся может строить свои действия при решении задач. Простейшая, с формальной точки зрения, задача становится неразрешимой, поскольку учащийся не знает в каком направлении ему двигаться. Часто учащийся просто пытается догадаться, чего от него хотят учителя, и действует в соответствии с догадкой.

Эту ситуацию можно продемонстрировать на примере изучения в высшей школе теории групп. Простота аксиом группы вряд ли может быть превзойдена, тем не менее, большинству студентов трудно включиться в смысловое поле теории. Первое ощущение от соприкосновения с теорией групп обычно выражают фразой: «Все ясно, но ничего не понятно».

Кроме того, устранение образов-переживаний в значительной степени снижает интерес к предмету. При этом приходится ориентироваться на внешние стимулы, понуждающие к обучению. То же самое можно сказать и по поводу фантазии и творчества. Вне рамок образного мышления они крайне затруднены, если вообще возможны.

Иногда выдвигаются возражения против систематического использования образов в обучении. Одно из них, состоящее в том, что использование образов приводит к переходу с теоретического уровня на эмпирический, мы рассмотрим ниже.



Однако, даже признав необходимость использования образов, не так просто осуществить их практическое внедрение в курс.

Дело в том, что трудно найти способ, позволяющий сделать образ по-настоящему действенным инструментом обучения. Значительно чаще образ используется как пассивное «наглядное пособие», которое поясняет понятие, но не включается в активную психическую структуру, заставляющую это понятие работать.

Так или иначе, авторы считают, что важнейшим образом, связанным с развитием геометрической интуиции, является образ пространства. К его рассмотрению мы и переходим.

В триаде – реальный предмет, образ-переживание, понятие, – образ связывает между собой предмет и понятие. Характер этой связи достаточно сложен хотя бы потому, что понятие обобщает свойства большого количества предметов и образов. По этой причине нельзя подменять понятие отдельным образом. С понятием связана целая система образов, каждый из которых может быть квалифицирован как соответствующий сути понятия, но не отражающий всей его общности. Образы становятся как бы конкретными реализациями понятия. Тем самым они включаются в логическую схему теории и подчиняются ей.

Из этого следует, что замена теоретического подхода эмпирическим происходит не от того, что в обучении используются образы, а из-за слишком бедной образности, связываемой с понятиями. Итак, проблема состоит в том, чтобы положить в основу обучения достаточно богатую, но не слишком разнородную образность. Одним из путей ее решения является использование универсальных образов, таких как образы пространства, времени и движения. Сам факт успешной жизнедеятельности человека уже указывает на развитость у него этих образов. В центре нашего внимания будет находиться именно образ пространства, а образы времени и движения будут рассматриваться лишь постольку, поскольку они участвуют в создании образа пространства.

Следуя работе [21], будем различать реальное пространство, концептуальное пространство, т.е. теоретическое представление о реальном пространстве, и, наконец, собственно образ пространства – перцептуальное пространство. Перцептуальное пространство может быть дано человеку и в непосредственном восприятии, и в форме интенциональности.

Человек погружен в пространство, все его моторные акты связаны с освоением пространства, а, значит, и с развитием образа пространства. Еще одной, особой формой связи человека с пространством является зрительное восприятие, тесно связанное с движением, но имеющее свою специфику. Психологами активно разрабатывались оба аспекта восприятия пространства. В дальнейшем мы будем говорить о моторном пространстве и о визуальном пространстве, подчеркивая преимущественное значение моторных или зрительных ощущений в каждом конкретном случае.

Оценивая богатство образного содержания перцептуального пространства (условно разделяемого нами на моторное и визуальное), необходимо отметить, что оно является основой психики вообще. Еще Сеченов определил мысль как рефлекс, заторможенный на двигательной фазе [32]. В дальнейшем он развил эту точку зрения. При



этом «работающая мышца выступила в роли орудия построения пространственно-временной координаты вещей, их сравнения, различия и т.д.».

Дальнейшая разработка этих идей привела к понятию «живого движения» (Н.А. Бернштейн), которое «во многом подобно органу (существующему, как и анатомические органы в координатной системе  $X, Y, Z$  и  $t$ )» [34]. Для характеристики живого движения Бернштейн использовал термин «биодинамическая ткань». Она служит основой для возникновения «чувственной ткани» (А.Н. Леонтьев). «Чувственная ткань представляет собой строительный материал для формирования образа» [34].

Итак, «ощупывание» пространства через живое движение лежит в основе любого образа и психики вообще. В связи с этим можно упомянуть исследования Ж.Пиаже, посвященные возникновению элементарных логических структур из сенсомоторных актов [20]. Перцептуальное пространство, таким образом, предстает с одной стороны как чрезвычайно богатый содержанием объект, а с другой стороны – как основа психики любого человека.

Весь процесс обучения теснейшим образом связан с развитием пространственных представлений. «Ориентировка ребенка в пространстве (видимом и представляемом) формируется в ходе становления его предметной деятельности в условиях обучения» [37]. Перцептуальное пространство явно или неявно представляет собой и предпосылку обучения, и его итог.

Включение в процесс обучения опоры на образ пространства позволяет использовать наиболее глубокие пласты психики учащегося, связанные с пространственной интуицией. С другой стороны, использование образа пространства позволяет сохранить достаточно высокий теоретический уровень обучения.

Нельзя поставить на интуитивную основу буквально весь процесс обучения, хотя существует точка зрения, выдвинутая в девятнадцатом веке А. Шопенгауэром. Ее подверг критике Ф.Клейн. Шопенгауэр критикует доказательство теоремы Пифагора, данное Евклидом. Оно неприемлемо для него по той простой причине, что «он хочет сразу, так сказать с одного взгляда, интуитивно убеждаться в истинности теоремы: это привело его к теории, согласно которой наряду с логическими дедукциями, исходящими из определенных предпосылок, существует якобы еще другой метод математических доказательств, который выводит математическую истину непосредственно из интуиции» [11].

Образцом для Шопенгауэра послужило доказательство Платона дня частного случая (в общем случае можно было бы сослаться на знаменитое доказательство Бхаскары из трактата «Венец знаний», представляющее собой чертеж с надписью: «Смотри» [5]). Хотя речь у Шопенгауэра ведется о доказательствах, но суть вопроса состоит в способах получения математических знаний.

Тот факт, что «мертвая математика» на протяжении тысячелетий являлась обязательным предметом в европейских учебных заведениях указывает на ее исключительное значение для формирования европейского склада ума.

В этой связи необходимо стремиться к тому, чтобы интуитивные методы получили свое законное место в системе образования, но ради них нельзя разрушать теоретиче-





скую базу математических знаний. Появление новых форм освоения математического знания пока не решает, а только ставит проблему эффективного обучения математике.

Таким образом, нельзя опираться только на перцептуальное пространство и интуитивные методы при построении математического знания, но нельзя строить и концептуальное пространство, минуя опору на образы. Необходимо отправляться от перцептуального пространства и на его базе строить пространство концептуальное, сочетая интуитивные способы познания с освоением теоретических методов.

### **3. НЕКОТОРЫЕ ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИКИ**

Математика возникла в незапамятные времена из практических нужд. По известному определению математика – наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира [3]. Соединение в единый блок количества и формы может вызвать недоумение у человека далекого от математики. Но их слияние в общий предмет для изучения с одной стороны произошло из-за необходимости измерения таких характеристик реальных объектов, как длина, площадь и объем. С другой же стороны любые количества размещены в пространстве, а, значит, причастны и форме.

Так или иначе, единая математическая наука имеет две стороны, которые условно можно назвать алгебраической и геометрической точками зрения. В древнегреческой математике в целом доминировал геометрический подход. Именно в его рамках были выработаны методы доказательства. При этом первые доказательства, восходящие к Фалесу и Пифагору, можно реконструировать именно как манипулирование пространственными образами. Например, можно интерпретировать доказательство теоремы о равнобедренном треугольнике как наложение перевернутого треугольника на свой отпечаток.

Предпочтение, которое греки отдавали геометрической точке зрения, в итоге привело к возникновению геометрической алгебры. Сложение и вычитание связывали не с абстрактными количествами, а с длинами отрезков. Умножение же истолковывалось как получение площади прямоугольника [6]. Несомненно, что такой подход сдерживал развитие алгебры как науки. Однако в простых ситуациях геометрические образы позволяли хорошо усвоить и понять смысл таких, например, формул как формула квадрата суммы. Об этом через два тысячелетия после греков рассказывает в своей «Исповеди» Руссо.

Однако вычисления неизбежно пробивали себе дорогу. Решение в радикалах итальянскими математиками уравнений третьей и четвертой степени привели к бурному росту алгебраической тематики. При этом феномен вычислений проявился и в том, что некоторые алгебраические объекты возникли против желания математиков. Речь, прежде всего, идет о комплексных числах. Таким образом, нельзя отрицать объективной необходимости усиления алгебраической точки зрения. А со времен Декарта вычисления вышли на первое место и в геометрии.



Тем не менее, даже в девятнадцатом веке существовала традиция называть математиков геометрами. При этом в рамках самой геометрии произошел определенный раскол, связанный с выбором методов исследования. Ряд ученых ориентировались на античные идеалы и развивали так называемую синтетическую геометрию, избегающую вычислений.

Однако девятнадцатый век полностью перевернул математику. Синтетическая геометрия стала лишь небольшим фрагментом в лавине великих открытий. Фактически в этом веке были созданы новая алгебра, неевклидова геометрия, математическая логика, теория множеств, топология. Математическое знание предстало как нечто абсолютно новое. В частности, нарушилась убежденность ученых в том, что математика изучает структуры, неразрывно связанные с реальностью. На первое место стали выходить логические аспекты математической теории.

При этом возникла иллюзия, что содержание математики может быть сведено к логике. В дальнейшем это не подтвердилось, но математическое сообщество раскололось, условно говоря, на «интуитивистов» и «логицистов». Это разделение в общем и целом сохранилось до нашего времени, конечно, приобретая новые черты, но полемика между Анри Пуанкаре и Луи Кутюра, состоявшаяся более ста лет назад, хорошо передает суть проблемы [24].

Дело в том, что математическая логика разработала аппарат, который, хотя бы отчасти, заменяет размышления логическими вычислениями. Именно об этом говорит Пуанкаре. Кутюра, возражая ему, так формулирует аргументы противника: «Пуанкаре составил себе совершенно ошибочное представление о логистике, рассматривая ее, как какой-то механизм, откуда совершенно изгнано употребление разума». Далее Кутюра отчасти иронизирует над тем, что Пуанкаре «противопоставляет логическому и доказывающему разуму *надежный инстинкт* изобретателя и *более глубокую геометрию*».

Есть правда и в доводах Пуанкаре, и в доводах Кутюра. Но время показало, алгебраическая линия, к которой следует отнести и логические вычисления, довлеет над современной математикой. В этом можно видеть проявление того процесса, который Герман Вейль описал как борьбу демона алгебры с ангелом геометрии.

Почему речь идет о демоне и ангеле? Дело в том, что вычисления позволяют достигать результатов без проникновения в *глубокую геометрию*, обеспечивающую понимание. Можно, конечно, сказать, что эта борьба – внутреннее дело математиков, их профессиональное проклятие. Но дело в том, что эта борьба выходит за узко профессиональные рамки. Естественно, что профессионалы-математики влияют на образование в целом и на его математическую составляющую в особенности. При этом очень часто это влияние можно оценить в высшей степени негативно. Вторая половина двадцатого века показала, насколько разрушительно изгнание образного мышления.

#### **4. МАТЕМАТИКА И ЕЕ РОЛЬ И МЕСТО В ОБРАЗОВАНИИ**

Математика является одним из важнейших феноменов общечеловеческой культуры. Ни для кого не секрет, что «Начала» Евклида столетиями были второй





по важности книгой европейской культуры после Библии. Любая сколько-нибудь развитая цивилизация рассматривала математику как обязательный для изучения предмет, начиная с начальной школы.

Математика до сих пор остается обязательным предметом, но вопрос в том, как ее преподают. Как минимум полвека ломаются мечи в битве за реформирование школьного курса математики. Результаты плачевны. Особую роль в разрушении традиционного математического образования сыграла группа французских математиков, писавших необозримые трактаты под псевдонимом «Никола Бурбаки». С их точки зрения они наводили в математике порядок, чистили авгиевы конюшни. Именно их трактаты якобы дали уверенность в непротиворечивости современной математической теории. С этим можно поспорить, поскольку творческие математики живут в своем ареале понятий, чувствуют их жизнеспособность, и не будут тратить годы на разбор формализованных теорий.

Однако значительно важнее тот факт, что Бурбаки активно повлияли на изменение содержания математического образования во всех звеньях от начальной до высшей школы. На удивление охотно на их идеи отозвались в ведущих странах, лидирующих в сфере математики, в том числе и в СССР. Результатом стало повсеместное внедрение теории множеств, начиная с первого класса, и безудержная формализация математических учебников.

Ж. Дьедонне, один из заметных математиков из группы «Бурбаки» весьма откровенно высказывал свои взгляды в предисловии к книге [8]. Прежде всего, Дьедонне призывает изгнать из школьного курса задачи на построение, вопросы, связанные с изучением свойств геометрических фигур и тригонометрию. Причиной этого является появление «королевского пути». Дьедонне пишет: «Отправляясь от очень простых аксиом – в отличие от сложных аксиом Евклида – Гильберта, – можно при помощи тривиальных вычислений непосредственно и в несколько строчек получить все то, для чего раньше нужно было возводить леса искусственных и сложных систем треугольников, чтобы во чтобы то ни стало свести задачу к священным случаям «равенства» или «подобия» треугольников – к единственной основе всей традиционной техники Евклида».

Из этого следует, что ученый ставит прагматические цели выше целей воспитания и развития личности. Он, впрочем, об этом и понятия не имеет. Евклидова математика – это неэффективная техника. Ее должны заменить тривиальные вычисления. О понимании нет и речи.

Далее Дьедонне перечисляет ряд «псевдонаук», в том числе аналитическую геометрию, проективную геометрию, неевклидову геометрию и теорию комплексных чисел. Если добавить к этому утверждение о необязательности чертежей, то можно сказать, что из математического образования изгоняются образы. Нарращиванию «чувственной ткани» противопоставляются логико-алгебраические вычислительные навыки. И хотя книга Дьедонне написана давно, влияние ее создателя и его соратников только возрастает.



## **5. НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ОБРАЗНОГО МЫШЛЕНИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ**

Несомненно, многие математики и педагоги сознательно используют образное мышление для обучения математике. Прекрасным примером является обширная научно-популярная литература, издаваемая, как в СССР, так и в современной России. Авторы данной статьи тоже размышляют над подобными вопросами. Далее формулируется ряд положений и идей, которыми они руководствуются

- Образное мышление является основой любого мышления, в том числе и математического.
- Важной формой образного мышления в математике является геометрическая интуиции.
- Геометрическая интуиция основывается на образе живого движения, которое формируется в процессе жизнедеятельности.
- На основе живого движения формируется чувственная ткань – основа для формирования образов, одним из которых является чувственный образ пространства.
- В ходе математического образования необходимо на основе чувственного образа пространства строить психологическую структуру, для восприятия пространства как концептуального объекта, активно используя и развивая логику, мышление и воображение учащегося.
- Любые математические понятия следует рассматривать как «объект математической реальности». Введение этого термина позволяет детализировать процесс обучения и разделить его на формирование представления об объекте математической реальности как о понятии и как об образе. Только такое разделение позволяет достичь итогового соединения логических аспектов владения объектом и аспектов интуитивного овладения им. Именно этот подход позволяет достигнуть того уровня видения математической реальности, которое называется пониманием [19, 28].
- При обучении математике следует использовать механические и физические понятия, которые напрямую связывают абстрактные структуры с реальными объектами, включенными в образ живого движения [24, 29]. В том числе замена терминов теории множеств образами движения по числовой прямой в математическом анализе.
- Использование компьютерных технологий для визуализации объектов математической реальности, основанное на использовании пластических образов. Например, график функции может рассматриваться как эластичный стержень, все точки которого подняты на заданную высоту [18, 27].
- Широкое использование пропедевтики актуальных математических понятий на основе образного мышления. Работа авторов в этом направлении привела к написанию статей [14, 15, 16].

Опора на образное мышление – это попытка превратить математику в сферу гуманитарных интересов. В этой связи закончим статью цитатой из [35]: «Но немало протечет



воды в Рейне, пока школа, наконец, обнаружит, что математика может быть гуманитарной наукой и что ученики могут также хорошо понимать Эйлера, как Платона и Гете».

### *Литература*

1. Адамар Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики. М., 1970.
2. Бойков А.И., Бойкова И.В. О единстве методологической основы чаньских боевых искусств и живописи. Сб. науч. тр. Буддизм и культурно-психологические традиции народов Востока. Новосибирск, 1990.
3. Большая Советская Энциклопедия. М., 1954. т.26.
4. Васильюк Ф.Е. Психология переживания. М., 1984.
5. Володарский А.И. Очерки истории средневековой индийской математики. М., 1977.
6. Волошинов А.В. Пифагор. М., 1993.
7. Давыдов В.В. Виды обобщения в обучении. М., 1972.
8. Дьедонне Ж. Линейная алгебра и элементарная геометрия. М., 1972.
9. Чалмерс Д. Сознательный ум: В поисках фундаментальной теории. М., 2015.
10. Завадская Е.В. Беседы о живописи Ши-Тао. М., 1978.
11. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей: Геометрия. М., 1987.
12. Короленко Ц.П., Фролова С.В. Чудо воображения. Новосибирск, 1975.
13. Краткий психологический словарь. М., 1985.
14. Куланин Е.Д., Степанов М.Е., Нуркаева И.М. Пропедевтика решения экстремальных задач в школьном курсе математики. // Моделирование и анализ данных. – 2019. – № 4.
15. Куланин Е.Д., Нуркаева И.М. О двух геометрических задачах на экстремум // Математика в школе. М. – 2019. – № 4. – С. 39–44.
16. Куланин Е.Д., Нуркаева И.М. Еще раз о задаче Мавло. // Математика в школе. – 2020. – № 2. – С. 76–79.
17. Нуркаева И.М. Методика организации самостоятельной работы учащихся с компьютерными программами на занятиях по физике. Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук, М., 1999.
18. Нуркаева И.М. Особенности обучения программированию незрячих студентов МГППУ. // Моделирование и анализ данных. – 2004. – № 4.
19. Нуркаева И.М. Информационная система для учебно-методической поддержки дисциплины «Численные методы линейной алгебры» // Моделирование и анализ данных. – 2020. – № 1. – С. 176–188.
20. Пиаже Ж., Инельдер В. Генезис элементарных логических структур. М., 1963.
21. Потемкин В.К., Симанов А.Л. Пространство в структуре мира. Новосибирск, 1990.
22. Поэзия и проза древнего Востока. М., 1973.
23. Психология эмоций. Тексты. / Под ред. В.К. Вилюнаса, Ю.Б. Гиппенрейтер. М., 1984.
24. Пуанкаре А., Кутюра Л. Математика и логика. М., 2010.
25. Смирнов С.Д. Психология образа: Проблема активности психического отражения. М., 1988.
26. Современная западная философия. Словарь. М., 1991.
27. Степанов М.Е. Компьютерные технологии как средство приобщения учащегося к математической реальности. // Моделирование и анализ данных. – 2018. – № 1.
28. Степанов М.Е. Некоторые вопросы методики преподавания высшей математики. // Моделирование и анализ данных. – 2017. – № 1.
29. Степанов М.Е. Образ силового поля как эвристическая модель в математике. // Моделирование и анализ данных. Труды факультета информационных технологий МГППУ. – 2007. – Вып. 3.



30. *Степанов М.Е.* Особенности применения компьютерной технологии для изучения функций в средней школе. Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук, М., 1994.
31. *Теплов Б.М.* Избранные труды. т.1., М., 1988.
32. *Учение А.А. Ухтомского о доминанте и современная нейробиология.* Сб. науч. тр. Л., 1990.
33. *Фоллесдаль Д.* Понятие нозмы в феноменологии Гуссерля. Сб. науч. тр. Методологический анализ оснований математики. М., 1988.
34. *Давыдов В.В., Зинченко В.П.* Принцип развития в психологии. Сб. науч. тр. Диалектика в науках о природе и человеке. М., 1983. Вып.2.
35. *Шпайзер А.* Предисловие к первому тому Леонарда Эйлера: Введение в анализ бесконечных. М., 1961.
36. *Язык.* Философский энциклопедический словарь. М., 1989.
37. *Якиманская И.С.* Развитие пространственного мышления школьников. М., 1980.



## The Role of Imaginative Thinking in Scientific Thinking

***Yevgeny D. Kulanin\****

Moscow state University of  
Psychology & Education, Moscow, Russia  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>  
e-mail: [lucas03@mail.ru](mailto:lucas03@mail.ru)

***Mikhail E. Stepanov\*\****

Moscow state University of  
Psychology & Education, Moscow, Russia  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4803-8211>  
e-mail: [mestepanov@yandex.ru](mailto:mestepanov@yandex.ru)

***Irina M. Nurkaeva\*\*\****

Moscow state University of  
Psychology & Education, Moscow, Russia  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1949-6734>  
e-mail: [nurkaevaim@yandex.ru](mailto:nurkaevaim@yandex.ru)

The article discusses the role of creative thinking in scientific thinking and in particular in the teaching of mathematics in higher educational institutions. From this point of view, the relationship between abstract analytical and visual geometric methods in mathematics is highlighted, and it is concluded that the latter form the basis for the application of creative thinking in mathematics.

**Keywords:** learning, mathematics, logic, image, imagination, abstract thinking, visual thinking.

### **For citation:**

Kulanin Y.D., Stepanov M.E., Nurkaeva I.M. The Role of Imaginative Thinking in Scientific Thinking. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2020. Vol. 10, no. 2, pp. 110–128. DOI:10.17759/mda.2020100209 (In Russ., abstr. in Engl.).

\****Yevgeny D. Kulanin***, candidate of physical and mathematical Sciences, Professor, Moscow state University of Psychology & Education, Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>, e-mail: [lucas03@mail.ru](mailto:lucas03@mail.ru)

\*\****Mikhail E. Stepanov***, candidate of pedagogical Sciences, associate Professor, Moscow state University of Psychology & Education, Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4803-8211>, e-mail: [mestepanov@yandex.ru](mailto:mestepanov@yandex.ru)

\*\*\****Irina M. Nurkaeva***, candidate of pedagogical Sciences, associate Professor, Moscow state University of Psychology & Education, Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1949-6734>, e-mail: [nurkaevaim@yandex.ru](mailto:nurkaevaim@yandex.ru)



## References

1. Hadamard Zh. Research on the psychology of the invention process in the field of mathematics, Moscow, 1970.
2. Boikov A.I., Boikova I.V. on the unity of the methodological basis of Chan martial arts and painting. Sat. nauch. Tr. Buddhism and cultural and psychological traditions of the peoples of the East. Novosibirsk, 1990.
3. Bolshaya Sovetskaya enciklopediya, Moscow, 1954, vol. 26.
4. Vasilyuk F.E. Psychology of experience. Moscow, 1984.
5. Volodarsky A.I. Essays on the history of medieval Indian mathematics, Moscow, 1977.
6. Voloshinov A.V. Pythagoras, Moscow, 1993.
7. Davydov V.V. Types of generalization in training. Moscow, 1972.
8. Dieudonne J. Linear algebra and elementary geometry. M., 1972.
9. Chalmers D. the Conscious mind: in search of a fundamental theory, Moscow, 2015.
10. Zavadskaya E.V. Conversations about Shih-Tao painting, Moscow, 1978.
11. Klein F. Elementary mathematics from the higher point of view: Geometry, Moscow, 1987.
12. Korolenko Ts. P., Frolova S.V. the Miracle of imagination. Novosibirsk, 1975.
13. Short psychological dictionary, Moscow, 1985.
14. Kulanin E.D., Stepanov M.E., Nurkaeva I.M. Propaedeutics of solving extreme problems in the school course of mathematics. *Modeling and data analysis*. – 2019. – No. 4.
15. Kulanin E.D., Nurkaeva I.M. On two geometric problems on the extremum. *Mathematics at school*. M.-2019. – No. 4. – P. 39–44.
16. Kulanin E.D., Nurkaeva I.M. Once again about the Mavlo problem. *Mathematics at school*. – 2020. – № 2. – Pp. 76–79.
17. Nurkaeva I.M. Methods of organizing independent work of students with computer programs in physics classes. Dissertation for the degree of candidate of pedagogical Sciences, Moscow, 1999.
18. Nurkaeva I.M. Features of teaching programming to blind students of MSPPU. *Modeling and data analysis*. – 2004. – no. 4.
19. Nurkaeva I.M. Information system for educational and methodological support of the discipline “Numerical methods of linear algebra”. *Modeling and data analysis*. – 2020. – no. 1. – Pp. 176–188.
20. Piaget J., Inhelder V. Genesis of elementary logical structures. Moscow, 1963.
21. Potemkin V.K., Simanov A.L. Space in the structure of the world. Novosibirsk, 1990.
22. Poetry and prose of the ancient East, Moscow, 1973.
23. Psychology of emotions. Texts. Edited by V.K. Vilyunas, Yu. b. Gippenreiter. M., 1984.
24. Poincare A., couture L. Mathematics and logic. Moscow, 2010.
25. Smirnov S.D. Psychology of the image: the Problem of activity of mental reflection. Moscow, 1988.
26. Modern Western philosophy. Dictionary, Moscow, 1991.
27. Stepanov M.E. Computer technologies as a means of introducing students to mathematical reality. // *Modeling and data analysis*. – 2018. – No. 1.
28. Stepanov M.E. Some questions of methods of teaching higher mathematics. *Modeling and data analysis*. – 2017. – No. 1.
29. Stepanov M.E. The image of a force field as a heuristic model in mathematics. *Data modeling and analysis*. Proceedings of the faculty of information technologies of msppu. – 2007. – Issue 3.
30. Stepanov M.E. Features of using computer technology to study functions in high school. Dissertation for the degree of candidate of pedagogical Sciences, Moscow, 1994.
31. Teplov B.M. Selected works. vol. 1., Moscow, 1988.
32. A.A. Ukhtomsky’s Doctrine of the dominant and modern neurobiology. Sat. nauch. Tr. L., 1990.



33. Follesdal D. the Concept of noema in the phenomenology of Husserl. SB. nauch. Tr. Methodological analysis of the foundations of mathematics. M., 1988.
34. Davydov V.V., Zinchenko V.P. the Principle of development in psychology. Sat. nauch. Tr. Dialectics in the Sciences of nature and man. M., 1983. Issue 2.
35. Speizer A. Preface to the first volume of Leonhard Euler: Introduction to the analysis of infinitesimals, Moscow, 1961.
36. Language. Philosophical encyclopedia, Moscow, 1989.
37. Yakimanskaya I.S. Development of spatial thinking of schoolchildren. Moscow, 1980.

## Применение нечетко-множественного подхода к анализу качества профессионального образования управленческих кадров

**Митин А.И.\***

Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ),  
г. Москва, Российская Федерация  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9202-2087>  
e-mail: [mitin\\_ai@mail.ru](mailto:mitin_ai@mail.ru)

**Филичева Т.А.\*\***

Российская академия народного хозяйства и государственной  
службы Брянский филиал (ФГБОУ ВО РАНХиГС Брянский филиал),  
г. Брянск, Российская Федерация  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7062-1713>  
e-mail: [filta@yandex.ru](mailto:filta@yandex.ru)

Изложены теоретические аспекты информационного обеспечения анализа качества профессиональной подготовки в вузе. Обосновано применение нечетко-множественного подхода к анализу качества профессионального образования управленческих кадров. Определены возможности использования качественных показателей с помощью лингвистических переменных.

**Ключевые слова:** качество образования, управленческие кадры, теория нечетких множеств, лингвистическая переменная.

**Для цитаты:**

*Митин А.И., Филичева Т.А.* Применение нечетко-множественного подхода к анализу качества профессионального образования управленческих кадров // Моделирование и анализ данных. 2020. Том 10. № 2. С. 129–139. DOI: [10.17759/mda.2020100210](https://doi.org/10.17759/mda.2020100210)

\***Митин Александр Иванович**, кандидат физико-математических наук, доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры прикладной информатики и мультимедийных технологий, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9202-2087>, e-mail: [mitin\\_ai@mail.ru](mailto:mitin_ai@mail.ru)

\*\***Филичева Татьяна Алексеевна**, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры социально-гуманитарных и естественно-научных дисциплин, Российская академия народного хозяйства и государственной службы Брянский филиал (ФГБОУ ВО РАНХиГС Брянский филиал), г. Брянск, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7062-1713>, e-mail: [filta@yandex.ru](mailto:filta@yandex.ru)





## 1. ВВЕДЕНИЕ

С развитием информационного общества информация и знания постепенно становятся стратегическим ресурсом не только государственного управления, но и практически любой управленческой деятельности. В течение ряда лет российские высшие учебные заведения в большом количестве выпускали специалистов в области управления, но по-прежнему страна испытывает дефицит квалифицированных управленческих кадров. К сожалению, истоки этого дефицита следует искать скорее не в количестве выпускаемых специалистов, а в качестве образования, полученного ими в ходе обучения.

Система подготовки управленческих кадров на современном этапе находится на стадии модернизации. С одной стороны, это обусловлено работой будущего управленца в новых условиях цифровизации. Движение к информационному обществу неизбежно создает новые образовательные направления: дистанционные формы, развитие системы непрерывного образования в течение всей жизни человека, модернизацию системы повышения квалификации уже подготовленных специалистов, которым необходимо будет периодически подтверждать свой профессиональный уровень в центрах оценки квалификации (в рамках создающейся в стране национальной квалификационной системы). С другой стороны, достижения информационной революции очень быстро переводят новую информацию не только в новые знания, но и непосредственно в сферу управленческого действия. Таким образом, возникает насущная потребность в повышении качества формируемого резерва управленческих кадров путем разработки и внедрения образовательных стандартов нового поколения, ориентированных на формирование востребованных компетенций, личностных качеств, профессионализма и цифровой грамотности.

В связи с тем, что вопрос о подготовке кадров для цифровой экономики и цифрового государства является крайне острым в современных условиях, обоснованным остается внимание к проведению научно-исследовательских работ в области специального, профессионального и послевузовского образования с учетом специфики и требований подготовки управленческих кадров.

## 2. СИСТЕМА КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ

Одним из путей повышения качества подготовки управленческих кадров остается развитие системы непрерывного образования. Система непрерывного образования представляет собой сложную социальную систему, состояние которой определяется не только результатами учебной деятельности (внутренними показателями), но и воздействиями со стороны изменяющегося рынка труда (внешними воздействиями). Система качества образовательного учреждения (СКОУ) в соответствии с требованиями современного управления должна отличаться мобильностью, гибкостью, оперативностью обработки и анализа информации, возможностью моделирования и прогнозирования уровня качества. Создание эффективно действующей СКОУ тре-



бует внедрения развитых информационных технологий, обеспечивающих анализ и контроль качества по следующим направлениям:

- прогресс учащихся и уровень успеваемости;
- спрос на выпускников на рынке труда;
- удовлетворённость учащихся учебными программами;
- эффективность преподавания;
- состав учащихся;
- доступные учебные ресурсы и их стоимость;
- главные показатели деятельности учебного заведения в целом.

Информационно-технологическая поддержка такого анализа и возможного последующего прогнозирования должна базироваться на достаточно сложной обработке данных с опорой на статистические методы, формальную и неформальную логику и т.п. В принципе здесь можно использовать чуть ли не все современные технологии агрегирования и интеллектуального анализа данных: работу с «большими данными» (big data), бизнес-аналитику (BI – business intelligence), нечеткие множества, нейронные сети, генетические алгоритмы, когнитивные графовые модели и многое другое. С точки зрения управления функциональные задачи информационно-технологической поддержки должны обеспечивать формулировку проблемы, анализ проблемы, прогнозирование тенденций развития проблемы, прогнозирование последствий реализации управленческих решений, выработку рекомендаций по достижению заданных результатов.

На этапе создания СКОУ следует определить набор анализируемых объектов, информация о которых является существенной для функционирования и дальнейшего развития данной системы. К таким объектам относятся: *потребности* (основные носители этих потребностей – обучающиеся, работодатели, общество в целом), *возможности и ресурсы* образовательного учреждения, *удовлетворенность потребителей* качеством предоставляемых образовательных услуг, а также *нормативные показатели*. Заметим, что для СКОУ типичной ситуацией является дополнение анализа *мониторингом качества образовательных услуг* [1, 3, 6, 7], под которым можно понимать дискретный во времени процесс (включенный в СКОУ) диагностико-прогностического слежения за степенью удовлетворенности качеством образовательных услуг, за степенью достижения целей в области качества, а также за потенциальными причинами рисков снижения качества. Полученные в результате мониторинга данные представляются руководству образовательного учреждения для принятия стратегических и оперативных решений [6, 7, 8].

Информационно-аналитическая поддержка распространяется на процессы управления:

- регистрационными реестрами;
- оценками и аттестациями;
- образовательными программами.

Для анализа деятельности образовательного учреждения рекомендуется использовать следующие данные:

- результаты анализа со стороны руководства;
- данные о профессорско-преподавательском и административном штате, а также об учащихся (например, об их компетентности);



- требования к образовательным услугам;
- данные проектирования и разработки образовательных программ и учебных планов;
- данные о результатах предоставляемых образовательных услуг (фактические показатели оценивания обучающихся);
- результаты анализа удовлетворенности качеством образовательных услуг потребителей и других заинтересованных сторон;
- аудиторские отчеты;
- результаты верификации и валидации методов, используемых для измерений и анализа.

Функциональная модель анализа качества предоставляемых образовательных услуг при первой декомпозиции приведена на рис. 1.

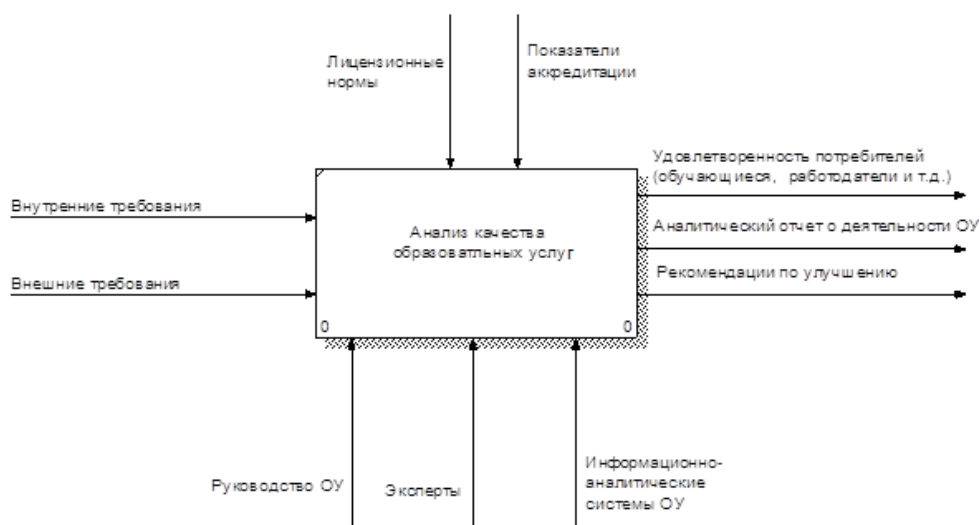


Рис. 1. Функциональная модель анализа качества предоставляемых образовательных услуг

Рассмотрим особенности анализа удовлетворенности потребителей образовательных услуг, как одного из основных показателей анализа качества. Образовательному учреждению необходимо применять надежные методы для измерения и анализа удовлетворенности потребителей качеством образовательных услуг, а также сообщать результаты этого анализа заинтересованным сторонам через запланированные промежутки времени (мониторинг).

Структуру системы информационной поддержки такого анализа можно представить в виде трех блоков (рис. 2). Первый блок призван обеспечивать автоматизацию сбора информации от потребителей образовательных услуг, а также хранения нормативных значений показателей качества. Второй блок представляет собой систему, обеспечивающую формирование сжатого словесного описания состояния качества путем преобразования характеристик, выраженных лингвистическими переменными,

в некие числовые показатели. Третий блок – система информационной поддержки анализа состояния качества – представляет собой аналитический инструментарий, обеспечивающий обработку нечисловых, слабо формализуемых характеристик [6, 10].



*Рис. 2. Структура системы информационной поддержки анализа удовлетворенности потребителей образовательных услуг*

Методы управления качеством в сфере образования применяются достаточно давно и определены государственными стандартами серии ИСО. Однако большинство существующих методов анализа эффективности образовательных систем строится на оценке лицензионных и аккредитационных показателей образовательного учреждения. При этом основным используемым методом является экспертный способ с применением балльных шкал с введенными весовыми коэффициентами [1, 3, 4].

Заметим, что если в промышленности различные границы, связанные с качеством, задаются четкими (числовыми) значениями, то для оценки эффективности и качества образования крайне редко используются числовые значения параметров (за исключением основных аккредитационных показателей); вместо количественных значений чаще всего применяются вербальные (нечеткие) оценки, формируемые экспертами, что порождает неопределенность при описании параметров системы. Таким образом, можно утверждать, что для образовательной системы универсального инструментария анализа и измерения качества предоставленных образовательных услуг в четком виде не существует.

Для решения задач, в которых исходные данные являются слабо формализуемыми, чаще всего применяется математический аппарат нечетких множеств, использующий язык, близкий к естественному, и позволяющий оперировать данными, полученными при помощи точных методов. Все больше исследователей применяют методы теории нечетких множеств для описания и анализа образовательных процессов, осуществляя, таким образом, переход от классических вероятностных моделей и экспертных оценок к нечетко-множественным описаниям [2, 5, 6, 9].

Неопределенность в описании образовательных процессов и ситуаций создается, прежде всего, внешними факторами (в частности, бурно изменяющимся рынком труда). Кроме того, существует ряд факторов, обуславливающих *неустраняемую* неопределенность информационной ситуации:



- ненадежность (неточность) исходной информации;
- нечеткость (неоднозначность) естественного языка;
- неполнота информации (нечеткость посылок);
- неопределенность, возникающая вследствие агрегации правил и моделей, исходящих от разных источников знаний.

Из множества показателей, определяющих качество предоставляемых образовательных услуг, выделяется набор *базовых показателей*, которые являются наиболее существенными, и определяется их приоритетность. Приоритетность показателя определяется весовым коэффициентом. Далее по определенному правилу из набора базовых показателей формируется *обобщенный показатель*.

Процесс анализа сводится к анализу соотношения требуемого, по мнению потребителя, уровня знаний или обладания тем или иным качеством и его самооценки по этой же характеристике. Таким образом, показатель удовлетворенности потребителя образовательной услугой можно формально представить в виде

$$Y_{ij} = \begin{cases} 1, & C_{ij} \geq T_{ij} \\ \frac{C_{ij}}{T_{ij}}, & C_{ij} < T_{ij} \end{cases},$$

где  $Y_{ij}$  – удовлетворенность  $i$ -го респондента  $j$ -й характеристикой;  $C_{ij}$  – самооценка  $i$ -м респондентом уровня владения  $j$ -й характеристикой;  $T_{ij}$  – требуемый уровень владения  $j$ -й характеристикой  $i$ -го респондента.

Существует, по крайней мере, два способа выражения обобщенного показателя удовлетворенности:

1. Расчет *интегрального показателя* удовлетворенности потребителя образовательной услугой:

$$Y_i = \sum_{j=1}^k Y_{ij} N_{ij},$$

где  $Y_i$  – интегральная удовлетворенность  $i$ -го потребителя;  $k$  – количество характеристик;  $N_{ij}$  – нормированный уровень важности  $j$ -й характеристики для  $i$ -го респондента.

2. Свертывание (объединение) векторного критерия в некую скалярную *функцию полезности*. В этом случае функцию полезности можно представить в виде взвешенной суммы разностей показателей, отражающих фактическое состояние:

$$L_i = \sum_{j=1}^k \omega_j \cdot l_{ij},$$

где  $L_i$  – функция полезности для  $i$ -го потребителя (фактически это некоторый функционал потерь эффективности);  $k$  – количество характеристик;  $\omega_j$  – априорная предпочтительность  $j$ -й характеристики в общем списке требуемых уровней ( $j$ -й весовой коэффициент);  $l_{ij} = T_{ij} - Y_{ij}$  – частный параметр эффективности, характеризующий отклонение реального значения  $j$ -й характеристики  $Y_{ij}$  от соответствующего требуемого уровня  $T_{ij}$ .

Выполненные подобным образом вычисления позволяют составить матрицу отклонений текущих характеристик от потенциальных требований потребителей



(таблица 1), которые, в свою очередь, являются основой для анализа показателей качества и предпринимаемых корректирующих и предупреждающих действий. Таким образом, обеспечивается реализация *принципа постоянного совершенствования*: на основании выбора приоритетных направлений проводится планирование изменений, которые необходимы для улучшения качества. Данный подход соответствует общей схеме решения поисковой задачи в «размытой» постановке и позволяет выбрать эффективное решение  $X_i$  из множества альтернативных вариантов решений и свести к минимуму функционал потерь  $L_i$ . Суммарные потери определяются с помощью обобщенного показателя эффективности [5, 6, 10].

Таблица 1

**Матрица весовых коэффициентов  $\omega_j$  и потерь по характеристикам  $l_{ij}$**

Варианты отбора ( $X_i$ )	Характеристики ( $Y_j$ )						Потери
	Количественные			Качественные			
	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	...	$Y_k$	
$X_1$	$l_{11}$	$l_{12}$	$l_{13}$	$l_{14}$	...	$l_{1k}$	$L_1$
$X_2$	$l_{21}$	$l_{22}$	$l_{23}$	$l_{24}$	...	$l_{2k}$	$L_2$
$X_3$	$l_{31}$	$l_{32}$	$l_{33}$	$l_{34}$	...	$l_{3k}$	$L_3$
...	...	...	...	...	...	...	...
$X_m$	$l_{m1}$	$l_{m2}$	$l_{m3}$	$l_{m4}$	...	$l_{mk}$	$L_m$
$\omega_j$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	...	$\omega_k$	

Для сведения задачи отбора к формально разрешимым задачам необходимо снять неопределенность. В целом потери  $l_{ij}$  определяются как сумма детерминированной ( $l_{ij}^D$ ) и неопределенной ( $l_{ij}^H$ ) информационных составляющих:

$$l_{ij} = l_{ij}^D + l_{ij}^H.$$

Для каждой альтернативы  $i=1, 2, \dots, m$  с учетом  $\omega_j$  определяются суммарные взвешенные потери:

$$L_{ij}^\omega = \sum_{j=1}^k \omega_j l_{ij}.$$

или

$$L_{ij}^\omega = \sum_{j=1}^k \omega_j l_{ij} = \sum_{j=1}^k \omega_j (l_{ij}^D + l_{ij}^H) = \sum_{j=1}^k \omega_j l_{ij}^D + \sum_{j=1}^k \omega_j l_{ij}^H = L_{ij}^D + L_{ij}^H$$

Отличительной особенностью анализа удовлетворенности предоставляемыми образовательными услугами является то, что информацию приходится формировать на основании мнений экспертов или потребителей (учащихся, выпускников, работодателей) как неформализованную характеристику.

Таким образом, при нечетко-множественном подходе к анализу удовлетворенности приходится оперировать лингвистическими переменными. При выражении



субъективного отношения эксперт оперирует рядом нечетких понятий и термов, таких, как ЛУЧШЕ, ХУЖЕ, БЛАГОПРИЯТНЫЕ УСЛОВИЯ, НЕБЛАГОПРИЯТНЫЕ УСЛОВИЯ и др. Каждый из записанных на естественном языке нечетких термов представляется в виде [5]:

$$A = \int_U (\mu_A(y) / y),$$

где  $A$  – нечеткое множество элементов  $U$  области рассуждений;  $\mu_A \in [0, 1]$  – функция принадлежности, связывающая с каждым элементом  $y$  из  $U$  число  $\mu_A(y)$  в интервале  $[0, 1]$ , которое определяет степень принадлежности  $y$  к  $A$ .

Например, для выражения нечетких термов БОЛЕЕ, МЕНЕЕ можно использовать приближенные формулы:

$$(\text{БОЛЕЕ } A) \triangleq \int_U (\mu_A^{1,5}(y) / y);$$

$$(\text{МЕНЕЕ } A) \triangleq \int_U (\mu_A^{0,5}(y) / y).$$

Результаты решения задачи анализа зависят от вида критерия эффективности, накладываемых ограничений, наличия информации о частных критериях и знания особенностей объектов, входящих в систему. В частности, при измерении и анализе удовлетворенности потребителей следует использовать наряду с экспертными методами аналитические – это позволит принять во внимание мнение потребителей и определить направления улучшения деятельности образовательного учреждения с учетом потерь.

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение нечетко-множественного подхода к анализу качества образования управленцев, а также представление качественных показателей через лингвистические переменные с учетом особенностей образовательной ситуации позволяет:

- 1) при оценке качества подготовки управленческих кадров перейти от классических вероятностных моделей и экспертных оценок к нечетко-множественным описаниям;
- 2) проанализировать качество образования с учетом требований потребителей и всех заинтересованных сторон и предложить альтернативные варианты принятия управленческих решений по совершенствованию качества на основе фактически достигнутых результатов и мнений экспертов;
- 3) снизить степень неопределенности, обусловленной недостаточным количеством информации и субъективизмом экспертов.

#### Литература

1. Блинкова О.В. Современные подходы к управлению вузами // Управление качеством: материалы 5-й Всерос. науч.-практ. конф. – М.: МАТИ: РГТУ им. К.Э. Циолковского, 2006. – С.33–34
2. Добряков А.В., Милова В.М. Экспертно-аналитический метод оценки качества образовательных систем на основе нечетко-множественного подхода // Качество. Инновации. Образование. – 2007. – № 1. – С. 36 -41



3. Заика И.Т. Процесс самооценки в вузе // Методы менеджмента качества. – 2007. – № 5. – С. 12–17.
4. Кононова И.В., Рожков Н.Н., Соболев В.С. Новые подходы к выбору весовых коэффициентов при самообследовании вузов // Менеджмент качества в образовании: тез. докл. 2-й Всерос. науч.-практ. конф. - СПб.: ЛЭТИ, 2009. – С. 99–101.
5. Майорова В.И. Системный анализ проблем и моделирование процесса подготовки элитных специалистов инженерного профиля (на примере ракетно-космических специальностей): в 2 ч. – М.: Изд-во МГОУ, 2007. – ч.2. – 222 с.
6. Митин А.И., Филочева Т.А. Оценка качества образовательных услуг: моделирование на базе теории нечетких множеств и нечеткой логики // Моделирование и анализ данных, 2016 – № 1 – С. 3–20.
7. Митин А.И., Филочева Т.А. Принципы построения информационно-аналитической системы мониторинга качества образовательных услуг // Материалы Международной научно-практической конференции «Современное состояние и пути развития информатизации образования в здоровьесберегающих условиях» 23 ноября 2017 г. – Ученые записки ИУО РАО. – Вып. 1(65). – М.: ФГБНУ «ИУО РАО», 2018.
8. Митин А.И., Филочева Т.А. Реализация механизмов оценки качества образовательных услуг: информационно-аналитическая система ИАС МК // Моделирование и анализ данных. 2019. № 3. С. 80–93.
9. Рожков Н.Н. Квалиметрия и управление качеством. Математические методы и модели – СПб.: ИПЦ СПбГУТД, 2007. – 185 с.
10. Филочева Т.А. Анализ применения нечетко-множественного подхода к мониторингу качества образования государственных служащих // Вестник Брянского государственного технического университета. – 2010. – № 1.





## Application of a Fuzzy Set Approach to the Analysis of the Quality of Professional Education of Managerial Personnel

**Alexander I. Mitin\***

Moscow State University of Psychology & Education, Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9202-2087>, e-mail: [mitin\\_ai@mail.ru](mailto:mitin_ai@mail.ru)

**Tatyana A. Filicheva\*\***

Russian Academy of national economy and public administration Bryansk branch,  
Bryansk, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7062-1713>, e-mail: [filta@yandex.ru](mailto:filta@yandex.ru)

The theoretical foundations of the development of information support for the analysis of the quality of professional training in higher education are described. The use of a fuzzy set approach to the analysis of the quality of professional education is justified. The possibilities of using qualitative indicators using linguistic variables are determined.

**Keywords:** quality of education, managerial personnel, fuzzy set theory, linguistic variable.

### For citation:

Mitin A.I., Filicheva T.A. Application of a Fuzzy Set Approach to the Analysis of the Quality of Professional Education of Managerial Personnel. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2020. Vol. 10, no. 2, pp. 129–139 DOI:10.17759/mda.2020100210 (In Russ., abstr. in Engl.).

### References

1. Blinkova O.V. Sovremennye podhody k upravleniyu vuzami [Modern approaches to University management] Upravlenie kachestvom: materialy 5-j Vseros. nauch.-prakt. konf.= *Quality Management: materials of the 5th All-Russian scientific-practical Conf.* – Moscow: MATI: RSTU named after K.E. Tsiolkovsky, 2006. – pp. 33–34 (In Russ.).
2. Dobryakov A.V., Milova V.M. Ekspertno-analiticheskij metod ocenki kachestva obrazovatel'nyh sistem na osnove nechetko-mnozhestvennogo podhoda [Expert-analytical method for evaluating the quality of educational systems based on the fuzzy-multiple approach] *Kachestvo. Innovacii. Obrazovanie = Quality. Innovations. Education*, 2007, no 1. – pp. 36–41 (In Russ.).

\***Alexander I. Mitin**, PhD in Physical and Mathematical Sciences, D.Sc. in Pedagogical Sciences, Full Professor, Professor of Department of Applied Informatics & Multimedia Technologies, Moscow State University of Psychology & Education, Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9202-2087>, e-mail: [mitin\\_ai@mail.ru](mailto:mitin_ai@mail.ru)

\*\***Tatyana A. Filicheva**, PhD in Technica, Associate Professor, associate Professor of the Department of social, humanitarian and natural Sciences ,Russian Academy of national economy and public administration Bryansk branch, Bryansk, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7062-1713>, e-mail: [filta@yandex.ru](mailto:filta@yandex.ru)



3. Zaika I.T. Process samoocenki v vuze [Self-assessment process at the University] *Metody menedzhmenta kachestva = Methods of quality management*, 2007, no. 5. – pp. 12- 17 (In Russ.)
4. Kononova I.V., Rozhkov N.N., Sobolev V.S. Novye podhody k vyboru vesovykh koeffitsientov pri samoobsledovanii vuzov [New approaches to choosing weighting coefficients for self-examination of higher education institutions] *Menedzhment kachestva v obrazovanii: tez. dokl. 2-j Vseros. nauch.-prakt. konf. = Quality Management in education: Theises of Dokl. 2nd All-Russian scientific-practical Conf. Saint Petersburg: LETI*, 2009. – pp. 99–101 (In Russ.)
5. Majorova V.I. Sistemnyj analiz problem i modelirovanie processa podgotovki elitnykh specialistov inzhenernogo profilya (na primere raketno-kosmicheskikh special'nostej): v 2 ch. [System analysis of problems and modeling of the process of training elite specialists in engineering (on the example of rocket and space specialties): in 2 parts.] M.: Izd-vo MGOU = M.: *Publishing house of Moscow State Regional University*, 2007. – Part 2. – 222 p. (In Russ.)
6. Mitin A.I., Filicheva T.A. Ocenka kachestva obrazovatel'nykh uslug: modelirovanie na baze teorii nechetkikh mnozhestv i nechetkoj logiki [Evaluation of the quality of educational services: modeling based on the theory of fuzzy sets and fuzzy logic] *Modelirovanie i analiz dannyh = Modeling and data analysis*, 2016, no. 1-pp. 3–20 (In Russ.)
7. Mitin A.I., Filicheva T.A. Principy postroeniya informacionno-analiticheskoy sistemy monitoringa kachestva obrazovatel'nykh uslug [Principles of building an information and analytical system for monitoring the quality of educational services] *Uchenye zapiski IUO RAO = Scientific notes of Educational Management Institute of Russian Academy of Education*, 2018 no 1 (65). – Moscow: EMI RAE (In Russ.)
8. Mitin A.I., Filicheva T.A. Realizaciya mekhanizmov ocenki kachestva obrazovatel'nykh uslug: informacionno-analiticheskaya sistema IAS MK [Implementation of mechanisms for evaluating the quality of educational services: information and analytical system IAS MQ]. *Modelirovanie i analiz dannyh = Data modeling and analysis*, 2019, no 3. pp. 80–93 (In Russ.)
9. Rozhkov N.N. Kvalimetriya i upravlenie kachestvom. Matematicheskie metody i modeli [Qualimetry and quality management. Mathematical methods and models]. SPb.: IPC SPGUTD = *St. Petersburg State University of Industrial Technologies and Design*, 2007. – 185 p. (In Russ.)
10. Filicheva T.A. Analiz primeneniya nechetko-mnozhestvennogo podhoda k monitoringu kachestva obrazovaniya gosudarstvennykh sluzhashchih [Analysis of the application of a fuzzy-set approach to monitoring the quality of education of civil managers]. *Vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Bulletin of the Bryansk state technical University*, 2010, no 1 (In Russ.)