

Проблемы построения и анализа упорядоченных сетей частных корреляций в психологических исследованиях

*Артеменков С.Л.**

Московский государственный психолого-педагогический университет
(ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1619-2209>
e-mail: slart@inbox.ru

В контексте сетевого моделирования психологические переменные понимаются как непосредственно влияющие друг на друга, а не как следствие латентных конструктов. Эффективная оценка сетей, показывающих связи между измеренными переменными, может быть осуществлена с помощью методов регуляризации сети частных корреляций. В настоящей статье приведен пример построения в программной среде R регуляризованной сети частных корреляций (показывающей взаимосвязи личностных особенностей подростков с их поведением в виртуальном пространстве на примере социальной сети «ВКонтакте») и рассмотрены особенности построения и анализа упорядоченных сетей частных корреляций. Приведен список потенциальных проблем, возникающих при использовании рассматриваемой сетевой методологии. Учтены вопросы, относящиеся к размеру выборки и воспроизводимости сети, трудностям в интерпретации сетей и сравнению различных сетей между собой, включая как сетевые модели, так и модели латентных переменных.

Ключевые слова: корреляционный анализ, сети частных корреляций, регуляризация, моделирование сетей в психологии, визуализация, язык R.

Для цитаты:

Артеменков С.Л. Проблемы построения и анализа упорядоченных сетей частных корреляций в психологических исследованиях // Моделирование и анализ данных. 2021. Том 11. № 3. С. 36–56. DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2021110303>

**Артеменков Сергей Львович*, кандидат технических наук, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1619-2209>, e-mail: slart@inbox.ru



1. ВВЕДЕНИЕ

Сетевое моделирование частных корреляций является одним из успешных путей изучения связей между психологическими переменными, которые рассматриваются как непосредственно влияющие друг на друга [1, 2]. Как показано в работе [1] для построения сетей частных корреляций, а также для оценки и интерпретации их разреженной структуры используются методы регуляризации. В частности, в [1] представлен обзор процедуры регуляризации глассо с использованием выбора модели EBIC для оценки упорядоченной разреженной сети частных корреляций и рассмотрены вопросы выполнения этой процедуры в R при наличии нормального и не нормального распределения данных с учетом влияния гиперпараметра, который устанавливается исследователем вручную. Представленный подход построений сетей интересен в качестве способа визуализации возможных каузальных связей между переменными.

Цель данной статьи состоит в том, чтобы привести пример построения сети частных корреляций для данных конкретного исследования (взаимосвязи личностных особенностей подростков с их поведением в виртуальном пространстве на примере социальной сети «ВКонтакте») [8] с вычислениями, выполненными в языке программирования R, и более подробно рассмотреть вопросы и проблемы, возникающие при сетевом корреляционном анализе в области психологии. В частности, обсуждаются: вопросы влияния размера выборки на форму сети, особенности воспроизводимости сетей, трудности в интерпретации сетей и вопросы сравнение сетей разного типа. Представленные положения и выводы основаны как на отечественных исследованиях [3, 5–9], так и на ряде зарубежных работ [14, 17, 18].

2. ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ СЕТИ

Приводимый ниже пример относится к оценке сети, показывающей взаимосвязи личностных особенностей подростков с их поведением в виртуальном пространстве (на примере социальной сети «ВКонтакте») [8]. В выявлении этих связей состояла одна из задач исследования [8]. Рассматриваемый нами подход по построению сетей частных корреляций позволяет наглядно представить возможные связи между личностными особенностями и способами самопрезентации подростков в социальной сети «ВКонтакте».

Сетевые построения ниже основаны на данных измерений 31 переменной для 81 испытуемого. Измеренные показатели (индикаторы) включают возраст подростков, 9 показателей их персональных страниц, а также 21 показатель личностных особенностей: 10 индикаторов по модифицированному опроснику для идентификации типов акцентуаций характера у подростков (МПДО) А.Е. Личко; 2 – по методике субъективной оценки ситуативной и личностной тревожности Ч.Д. Спилбергера (в адаптации Ю.Л. Ханина); 5 – по тест-опроснику К. Томаса «Стиль поведения в конфликтной ситуации» (в адаптации Н.В. Гришиной); 4 – по методике самооценки психических состояний Г. Айзенка.



В таблице 1 ниже приведены обозначения всех переменных сети вместе с указанием цвета соответствующих узлов в представленных далее изображениях сетей частных корреляций.

Сетевой анализ, представленный ниже, был выполнен в версии 4.0.4 R и RStudio 1.4.1106 с помощью пакета `qgraph` [16], который, в свою очередь, использует пакет `glasso` [26]. Функция `cor_auto` из пакета `qgraph` используется для получения необходимых корреляций. Эта функция автоматически определяет порядковые переменные (переменные, содержащие до семи уникальных целочисленных значений) и использует пакет `lavaan` [41] для оценки полихорических и полисерийных корреляций. Аргумент `tuning` в операторе `graph` позволяет установить гиперпараметр EBIC, γ , равным от 0 до 0,5.

После оценки корреляций структуру сети можно получить с помощью кода `results$graph` и сеть может быть построена и визуализирована с использованием метода `plot`. Ребра сети с положительными и отрицательными корреляциями обозначаются разным цветом (соответственно зеленым и красным на дальнейших рисунках). Отметим, что для дальтоникиков удобно вместо зеленого цвета использовать синий цвет.

Таблица 1

Наименования и краткие обозначения узлов сети

№	Название фактора	Символ	Группа и цвет
1	Возраст	AG	Возраст
2	К-во подписчиков	P1	Соцсети
3	Частота посещения	P2	
4	Кол-во записей на стене	P3	
5	Кол-во групп	P4	
6	Кол-во фото	P5	
7	Кол-во альбомов	P6	
8	Кол-во комментариев к фото	P7	
9	Кол-во друзей	P8	
10	Кол-во школ у друзей	P9	
11	Гипертимный тип	C1	
12	Циклоидный тип	C2	
13	Лабильный тип	C3	
14	Астено-невротический тип	C4	
15	Сенситивный тип	C5	
16	Тревожно-педантический	C6	
17	Интровертированный тип	C7	
18	Возбудимый тип	C8	
19	Демонстративный тип	C9	
20	Неустойчивый тип	CN	



№	Название фактора	Символ	Группа и цвет
21	Ситуативная тревожность	S1	Тест Спилбергера
22	Личная тревожность	S2	
23	Соперничество	T1	Тест Томаса
24	Сотрудничество	T2	
25	Компромисс	T3	
26	Избегание	T4	
27	Приспособление	T5	
28	Тревожность	A1	Тест Айзенка
29	Фрустрация	A2	
30	Агрессивность	A3	
31	Ригидность	A4	

Узлы на двумерном изображении сети размещаются с использованием модифицированной версии алгоритма Fruchterman-Reingold [27]. Этот алгоритм направлен на информативное размещение узлов путем позиционирования более сильно связанных узлов ближе друг к другу. Недостатком алгоритма является то, что он может вести себя достаточно хаотично: каждые конкретные условия приводят к одному точному расположению узлов, но небольшие различия во входных условиях (например, разница в 0,01 в весе ребра или использование другой компьютерной архитектуры) могут привести к совершенно другому расположению узлов (узлы, вероятно, будут располагаться примерно на одинаковом расстоянии друг от друга, но могут располагаться на другой стороне области построения). Таким образом, возможное размещение узлов на плоскости не может быть интерпретировано каким-либо существенным образом и может существенно различаться между двумя сетями, даже если в сетевых структурах есть только очень небольшие различия. Чтобы сравнить две сети, необходимо ограничить макет, чтобы он был одинаковым для обеих сетей. Один из способов сделать это - использовать параметр `averageLayout` из пакета `qgraph`.

Загрузка таблицы данных, имеющейся в формате Excel, в R осуществляется с помощью функции `read_excel`. При этом необходимо предварительно активировать библиотеку: `library(«readxl»)`. Загруженная в R матрица данных имеет обозначение `DataGPCSTA`. Ниже представлены использованные для построения сетей операторы языка R:

```
library(«qgraph»)  
corMat <- cor_auto(DataGPCSTA)  
Groups <- c(rep(«1 Возраст»,1), rep(«2 Факторы соцсети»,9),  
            rep(«3 Тест Личко»,10), rep(«4 Тест Спилбергера»,2),  
            rep(«5 Тест Томаса»,5), rep(«6 Тест Айзенка»,4))  
Graph_lasso <- qgraph(corMat, graph = «glasso», layout = «spring»,  
                    tuning = 0, sampleSize = nrow(DataGPCSTA),
```

groups = Groups, edge.labels = FALSE,
 legend.cex = 0.5, vsize=5, GLratio = 2.5, layoutOffset = -0.1,
 lambda.min.ratio=0.01, palette = «ggplot2»)

На рисунках 1-3 показаны итоговые сети, оцененные по трем различным значениям гиперпараметра $\text{tuning} = \gamma$: 0, 0,25 и 0,5. Обозначения узлов соответствуют Таблице 1.

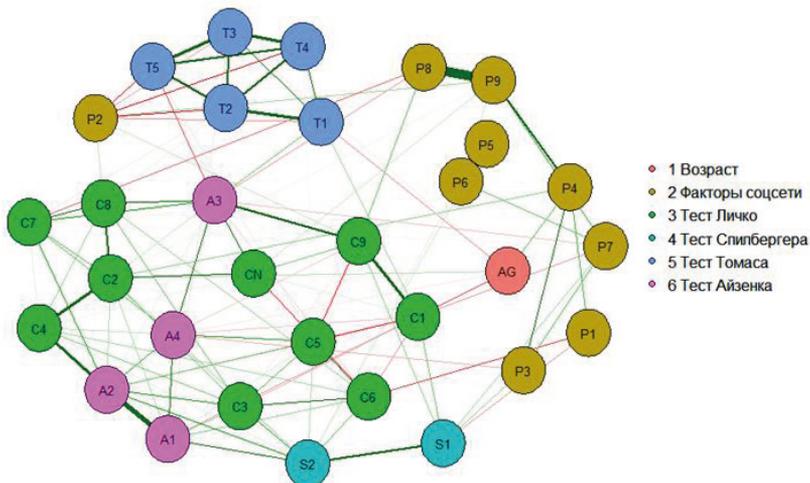


Рис. 1. Сеть частных корреляций, отражающая связи между личностными особенностями и способами самопрезентации подростков в социальной сети «ВКонтакте» для значения гиперпараметра $\gamma = 0$.

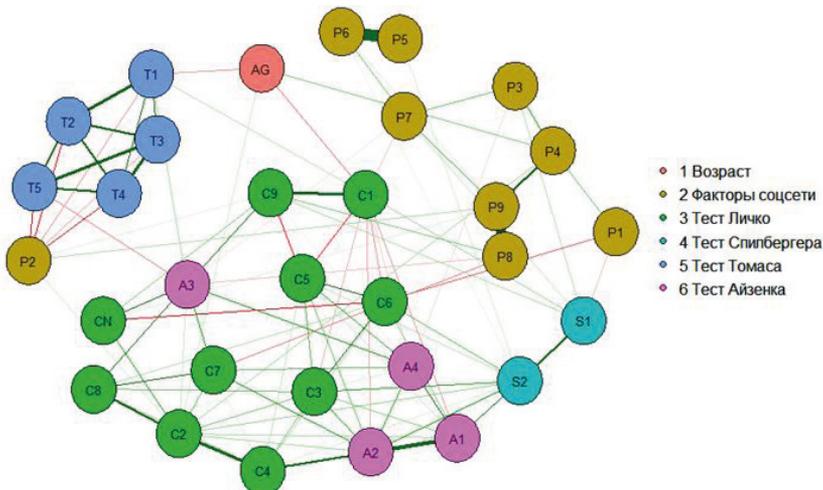


Рис. 2. Сеть частных корреляций, отражающая связи между личностными особенностями и способами самопрезентации подростков в социальной сети «ВКонтакте» для значения гиперпараметра $\gamma = 0,25$.

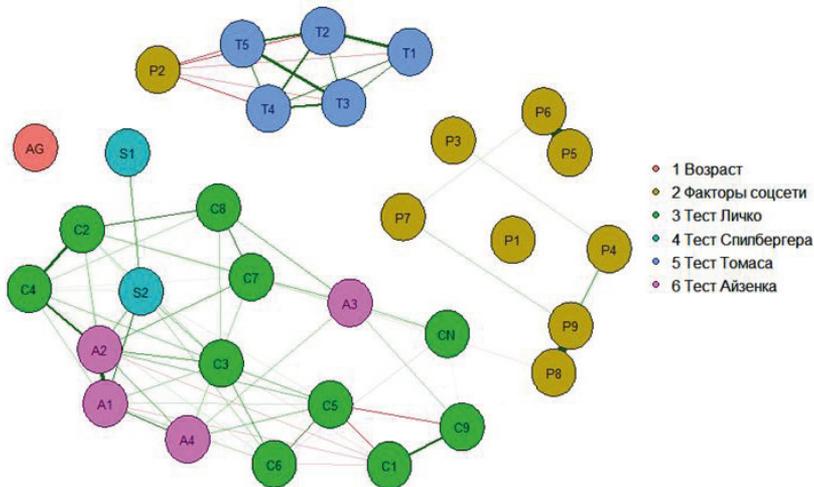


Рис. 3. Сеть частных корреляций, отражающая связи между личностными особенностями и способами самопрезентации подростков в социальной сети «ВКонтакте» для значения гиперпараметра $\gamma = 0,5$.

Как и ожидалось, сеть с наибольшим значением гиперпараметра имеет наименьшее число ребер. Величины частных корреляций можно показать на изображениях сетей, если в функции `qgraph` положить `edge.labels = TRUE`.

Из рисунков 1-3 видно, что связи между личностными особенностями (узлы P1-P9) и способами самопрезентации подростков в социальной сети «ВКонтакте» (все другие узлы кроме AG) невелики. В частности, можно говорить о том, что эти связи, оставшиеся на рисунке 3, включают: слабую отрицательную связь между интроверсией подростков C7 и количеством их друзей P8 (по-видимому, склонность к интроверсии может способствовать уменьшению количества друзей на персональной странице); слабые отрицательные связи между числом посещений персональной страницы P2 и всеми показателями по тест-опроснику Томаса T1-T5 (можно думать, что те, кто чаще посещают персональную страницу в принципе менее ориентированы на конфликты и их разрешение). Другие возможные связи, например, имеющиеся на рисунке 2, требуют отдельного рассмотрения.

Из рассмотрения сетей частных корреляций на рисунках 1-3 можно также оценить связи между отдельными социальными индикаторами и между отдельными показателями различных тестов-опросников. В частности, можно видеть кластеризацию соответствующих индикаторов. Например, четко просматривается кластер узлов, относящихся к пяти факторам тест-опросника Томаса.

В дополнение к изображениям сетей можно исследовать, насколько важны узлы в сети, используя меры, называемые индексами центральности. Рисунок 4 строится в результате выполнения функции `centralityPlot` и показывает центральность всех трех сетей, показанных на рисунках 1-3 (соответственно types 1-3 на рисунке 4):

```
centralityPlot(Graph_lasso, include = c(«Strength», «Betweenness», «Closeness»))
```

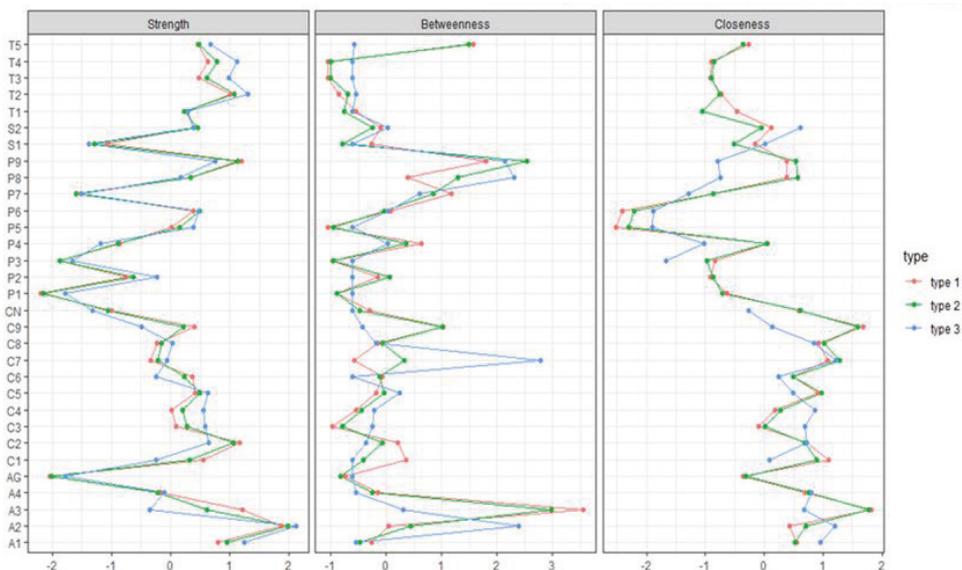


Рис. 4. Сила (Strength), промежуточность (Betweenness) и близость (Closeness) узлов трех сетей, показанных на рисунках 1–3 при увеличении гиперпараметра γ (type 1 – $\gamma = 0$; type 2 – $\gamma = 0,25$; type 3 – $\gamma = 0,5$). Индексы центральности построены с использованием стандартизованных z-оценок для облегчения интерпретации.

Три обычно используемых индекса центральности: сила узла (Strength на рисунке 4), которая определяется суммой абсолютных весов ребер, связанных с каждым конкретным узлом; близость (Closeness на рисунке 4), которая принимает значение, равное сумме расстояний от одного узла до всех других узлов в сети; и промежуточность (Betweenness на рисунке 4), которая определяет, как часто один узел находится в кратчайших путях между другими узлами. Подробный обзор этих мер и их интерпретация описаны в работах [14, 17, 36]. Все эти индексы показывают, насколько важны узлы в сети, а более высокие значения указывают на то, что эти узлы важнее.

3. РАЗМЕР ВЫБОРКИ И ВОСПРОИЗВОДИМОСТЬ СЕТИ

Важной темой в психологических исследованиях является вопрос воспроизводимости их результатов [4, 35]. В частности, высоко размерная оценка исследовательской сети, представленная в этой статье, позволяет определять множество различных мер (например, веса ребер, сетевые структуры, индексы центральности), которые могут или не могут воспроизводиться или обобщаться по различным выборкам. Ряд работ указывают на важность воспроизводимости в сетевом моделировании психологических данных [17, 21, 23–25]. Однако, на практике определить воспроизводимость предполагаемой сети нелегко. На стабильность и точность результатов могут влиять многие факторы, такие как размер выборки, истинная структура сети и другие



характеристики данных. Большой объем выборки обычно является предпочтительным в статистических исследованиях. Вместе с тем в работе [10] показано, что даже большой размер выборки может приводить к нестабильным параметрам ребер.

Для любого статистического исследования вопрос размера выборки, как до, так и после сбора данных для анализа, является важным. Анализ размера выборки, который называют анализом мощности [13], обычно предполагает проведение расчета величины ожидаемого истинного эффекта. В сетевом моделировании аналогией ожидаемому размеру эффекта является ожидаемая взвешенная сеть: многомерное взаимодействие в структуре сети (нулевые и ненулевые ребра) и сила ребер (вес ненулевых ребер). Для сети частных корреляций из P узлов необходимо иметь предварительное ожидание $P(P-1)/2$ параметров (ребер), чтобы оценить, насколько хорошо ребра или любая описательная статистика, полученная из структуры сети, такая как индексы центральности, могут стабильно оценивать сетевую структуру с учетом определенного размера выборки.

При оценке структуры сети три свойства представляют первостепенный интерес [44]: чувствительность, специфичность и межсетевая корреляция между весами ребер истинной и предполагаемой сетей или между оценками центральности, основанными на истинной сети, и оценками центральности, основанными на оценочной сети. Чувствительность показывает долю ребер, присутствующих в истинной сети, которые были обнаружены в предполагаемой и называется истинно-положительным показателем. Специфичность показывает долю отсутствующих ребер в истинной сети, которые также были правильно обнаружены, чтобы быть отсутствующими ребрами в предполагаемой сети, и называется истинно-отрицательным показателем.

Исследователи обычно хотят, чтобы чувствительность увеличивалась с увеличением размера выборки и, предпочтительно, была бы высокой (хотя умеренная чувствительность может быть приемлемой, поскольку она, по крайней мере, указывает на обнаружение самых сильных ребер). Когда специфичность низкая, процедура оценки сети ошибочно обнаруживает множество ребер, которых нет в истинной сети (ложные срабатывания). В результате можно утверждать, что исследователи в первую очередь заинтересованы в получении высокой специфичности.

Указанная выше межсетевая корреляция (между весами ребер истинной и предполагаемой сетей или между оценками центральности, основанными на истинной сети, и оценками центральности, основанными на оценочной сети) показывает, насколько хорошо истинная структура сети и предполагаемая структура сети имитируют друг друга. Особенно, когда исследователь заинтересован в анализе структуры сети в целом (например, для анализа кратчайших путей), исследователь хочет, чтобы эта корреляция была большой.

В дополнение к этой корреляции, корреляции между индексами центральности истинной сети и оценочной сети также могут представлять интерес. Они могут быть маленькими, даже если весовые значения ребер оценены точно (например, когда значения какого-либо индекса центральности не слишком отличаются друг от друга в истинной сети), например, это промежуточность в сети, где все узлы завязаны в общее кольцо.



Имитационные исследования показали, что лассо-регуляризация сети обычно приводит к высокой специфичности даже при небольших выборках, в то время как чувствительность и межсетевая корреляция могут быть умеренными и увеличиваются с размером выборки [18, 22, 44]. Это означает, что всякий раз, когда используется лассо-регуляризация, можно интерпретировать ребра, которые обнаружены этим методом, как вероятные для представления ребер в истинной сети. Но следует учитывать, что метод может не обнаруживать некоторые истинные ребра. К сожалению, точные значения чувствительности, специфичности и различных межсетевых корреляций сильно зависят от ожидаемой структуры сети, подобно тому, как ожидаемый размер эффекта влияет на анализ мощности. В результате, определение необходимого размера выборки далеко не тривиально [17, 23].

Обычная рекомендация: для хорошей чувствительности и специфичности сети размер выборки должен быть в 10 и более раз больше количества анализируемых порядковых переменных (узлов сети). Для сетей с большой взаимной связностью узлов желательна выборка в 20 и более раз большая, чем число узлов сети. Для бинарных данных, анализируемых с помощью модели Изинга, это соотношение повышается до 30 и более раз [15, 44].

На практике это условие не всегда может иметь место. Например, в случае рассмотренного выше примера для социальной сети «ВКонтакте» эта рекомендация не выполнена, что, однако, не мешает общему построению и анализу сети с учетом сохранения ее достаточно высокой специфичности при умеренной чувствительности.

В целом были рекомендованы три пути решения проблемы воспроизводимости сети в том числе в связи с размером выборки. Первый путь связан с проведением дальнейших исследований, оценивающих сетевые модели на основе психологических данных. Это может прояснить, чего можно ожидать от истинной сетевой структуры, особенно если исследователи сделают статистические параметры своих сетевых моделей общедоступными. Второй и третий пути основаны на моделировании сетевых моделей в широком спектре потенциальных истинных сетевых структур, используя различные методы оценки, и моделировании данных в ожидаемой структуре сети, чтобы получить представление о необходимом размере выборки.

4. ТРУДНОСТИ В ИНТЕРПРЕТАЦИИ СЕТЕЙ

Регуляризация сетей может иногда приводить к сетевым структурам, которые трудно интерпретировать. Некоторые из общих проблем и вопросов, с которыми сталкиваются исследователи при оценке и интерпретации рассматриваемых сетевых моделей обсуждаются ниже.

4.1. Сеть не имеет или имеет очень мало ребер

Если предполагаемая сеть не имеет или имеет очень мало ребер, то это может произойти в маловероятном случае, когда представляющие интерес переменные не демонстрируют (частные) корреляции. Скорее всего, это происходит, когда размер выборки слишком мал для количества узлов в сети. Модель EBIC штрафует веса ре-



бер сети с учетом размера выборки, чтобы избежать ложноположительных связей [1]. Это означает, что с увеличением размера выборки N обычная сеть частных корреляций будет все больше и больше похожа на упорядоченную сеть частных корреляций. При меньшем N будет сохранено меньше ребер. В частности, сеть, показанная на рисунке 3, при уменьшении N будет в результате лишена каких-либо ребер.

Способ устранения этой проблемы состоит в том, чтобы установить гиперпараметр ниже. Но при этом надо учесть, что вероятность того, что сеть будет содержать ложные ребра увеличивается. Альтернативное решение состоит в том, чтобы уменьшить количество представляющих интерес переменных и оценить сеть на основе подмножества переменных, поскольку меньшее количество узлов означает, что оценивается меньшее количество параметров. Тем не менее, это может привести к тому, что не будут использоваться все доступные данные и произойдет тот или иной сбой условий на некоторых узлах.

4.2. Сеть плотно соединена

Сеть имеет большое количество ребер, включая много неожиданных отрицательных ребер и множество неправдоподобно высоких частных корреляций (например, больше 0,8). Поскольку метод лассо направлен на удаление ребер и возвращает относительно разреженную сеть, мы не ожидаем плотно связанных сетей в любых корреляционных данных, которые не являются чрезвычайно большими. Кроме того, мы не ожидаем, что многие частные корреляции будут такими высокими, поскольку (частные) корреляции выше 0,8 указывают на почти идеальную коллинеарность между переменными.

Эти структуры могут возникать, когда матрица корреляции, используемая в качестве входных данных, не является положительно определенной, что может происходить, когда выборка слишком мала или при оценке полихорических корреляций. Так же, как дисперсия должна быть положительной, матрица дисперсии-ковариации должна быть положительно определенной (все собственные значения выше нуля) или, по крайней мере, положительно полуопределенной (все собственные значения по крайней мере равны нулю). Однако, когда матрица дисперсии-ковариации оценивается попарно, не гарантируется, что результирующая матрица будет положительно определенной или положительно-полуопределенной.

Полихорические корреляционные матрицы оцениваются именно таким попарным образом. В случае отрицательно определенной корреляционной матрицы функция `cor_auto` при ее выполнении предупредит пользователя, когда он оценивает такую корреляционную матрицу, и попытается исправить это путем поиска ближайшей положительно определенной матрицы. Однако, эта матрица все еще может привести к очень нестабильным результатам.

Когда сеть выглядит очень сильно связанной с небольшим (если есть) количеством отсутствующих ребер и частными корреляциями вблизи 1 и -1, структура сети, вероятно, является результатом такой проблемы и не должна интерпретироваться. В этом случае, чтобы определить, является ли оценка полихорических корреляций источником соответствующей проблемы, рекомендуется всегда сравнивать сети, основанные на полихорических корреляциях, с сетями, основанными на корреляциях Спирмена (эти сети должны выглядеть похожими).



4.3. Появление неожиданных ребер

При построении сетей частных корреляций может возникнуть ситуация, когда в целом изображение сети выглядит ожидаемым (то есть сеть относительно разреженная), но некоторые ребра выглядят чрезвычайно сильными и/или неожиданно являются очень большими отрицательными. Эта проблема связана с предыдущей проблемой. Оценка полихорических корреляций основана на попарном пересечении переменных в упорядоченно-категориальном наборе данных. Когда размер выборки относительно мал, некоторые значения в ячейках таблицы частот попадания значений двух переменных в клетки корреляционной решетки могут быть низкими или даже нулевыми. Оценка полихорических корреляций основана на этих таблицах частот и смещается всякий раз, когда ожидаемая частота слишком мала (то есть ниже 10; [34]). Таким образом, низкие частоты пересечений данных могут привести к смещенным полихорическим корреляциям и к большим изменениям в оцененных частных корреляциях.

Другая ситуация, в которой можно получить низкие частоты пересечений данных, это когда измерения сильно искажены [40], что, к сожалению, часто имеет место в некоторых психологических данных (как, например, в психопатологии). Для выявления возможных искажений сеть, основанная на полихорических корреляциях, должна сравниваться с сетью, основанной на корреляциях Спирмена. Получение очень разных сетей скорее всего указывает на то, что оценка полихорических корреляций в конкретном случае может быть ненадежной.

4.4. Неожидаемые отрицательные ребра в сети

Сеть имеет отрицательные ребра там, где исследователь может ожидать положительные связи. Это может произойти, когда возникают условия работы связей на общий эффект [38]. Предположим, что исследователь измеряет три переменные: оценки студентов-психологов по последнему статистическому тесту, их мотивацию пройти тест и трудность теста [30]. Скорее всего, на оценку положительно влияют как меньшая трудность теста, так и мотивация ученика, и можно не ожидать какой-либо корреляции между мотивацией и трудностью: знание мотивации ученика не помогает предсказать, насколько трудным будет делать этот тест исследователь. Однако мы можем искусственно вызвать отрицательную частную корреляцию между мотивацией и легкостью выполнения теста, обуславливая общий эффект: если мы знаем, что немотивированный студент получил высокую оценку, то мы можем ожидать, что тест должен быть для него достаточно простым. Таким образом, отрицательные отношения могут возникать при наличии общих эффектов, и неожиданные негативные отношения (отрицательные связи в сети) могут указывать на общие структуры эффекта.

Другой случай, при котором могут возникнуть эти неожиданные отрицательные связи, соответствует наличию в исследовании такого показателя, который является определенной функцией от других измеряемых переменных. Это может происходить при введении показателя, связывающего отдельные переменные, что обеспечивает образование общего эффекта [33]. Например, одна из переменных может быть суммой баллов двух и более других переменных. В психологических измерениях такая пере-



менная часто используется в качестве обобщенного показателя тестирования (причем может служить общий суммарный балл по тесту креативности Торренса [6]).

При использовании этого суммарного показателя еще и для выбора людей, которые включаются в анализ (например, для исследования структуры сети субъектов с более выраженными симптомами по сравнению с субъектами с менее выраженными симптомами), выборка может оформляться путем выполнения некоторого условия по суммам (например, в нее включаются только люди с суммой баллов выше 10). На практике это приведет к ложным отрицательным ребрам в ожидаемой структуре сети [33].

Результаты, основанные на таких выборках, следует интерпретировать с осторожностью. В общем, это создает довольно любопытную проблему: с одной стороны, в процесс анализа исследователи хотят включить как можно больше переменных; с другой стороны, существует необходимость избегания ситуаций, которые создают общие эффекты. Важно отметить, что не следует ожидать возникновения отрицательных частных корреляций, если модель общей причины верна и все переменные оцениваются так, что факторные нагрузки являются положительными [29]. По существу, получение отрицательных связей там, где можно ожидать положительных связей, может представлять особый интерес для исследователя с точки зрения интерпретации полученных результатов.

5. СРАВНЕНИЕ СЕТЕЙ

При использовании сетевых моделей на основе упорядоченных сетей частных корреляций встает также вопрос о возможности сравнения двух разных групп людей (например, клинических пациентов и здоровых людей) с точки зрения количества связей или плотности (то есть количества ребер) полученных упорядоченных сетей. Ответ на этот вопрос зависит от различий в размере выборки. Как упоминалось ранее, EVC является функцией размера выборки: чем меньше размер выборки, тем экономнее структура сети. Это означает, что сравнение связности двух сетей имеет смысл, если они были оценены приблизительно для одного и того же размера выборки, и различия между сетями не следует сравнивать, если это предположение не выполняется [39].

Один из методов сравнения сетей основан на проведении перестановочного теста [45], в котором все данные сначала объединяются, а затем случайным образом распределяются по двум группам, в результате чего получается две оценочные сети. Повторение этого процесса несколько раз (например, 1000) приводит к распределению различий между сетями, учитывая, что две группы происходят из одной популяции. Это распределение может впоследствии использоваться для выполнения статистических тестов на различия в структуре сети между двумя группами. Перестановочный тест реализован в пакете R NetworkComparisonTest.

Сетевые модели и модели с латентными переменными

В целом представляет интерес вопрос сравнения сетевых моделей с моделями с латентными переменными. Этот общий вопрос относится к тому, насколько сильно



пересекаются рассмотренное выше сетевое моделирование и моделирование с помощью введения латентных переменных. Как известно, сетевое моделирование было предложено в качестве альтернативы моделированию латентных переменных [1, 2, 42]. Таким образом, возникает естественный вопрос, могут ли построение и регуляризация сетевой модели предоставить доказательства того, что данные действительно генерируются системой переменных, каузально влияющих друг на друга, а не моделью общей причины, где ковариация между переменными объясняется одним или несколькими латентными переменными [42]?

Краткий ответ на этот вопрос: нет. Несмотря на то, что упорядоченные психологические сети частных корреляций измеряемых переменных были введены в качестве альтернативной основы по отношению к моделированию латентных переменных и способны сильно изменить точку фокусировки исследователя с общей дисперсии на уникальную дисперсию между переменными [14], они не могут опровергнуть модель латентных переменных. Это связано с тем, что существует прямая эквивалентность между рассматриваемыми сетевыми моделями и моделями латентных переменных [18, 20, 31, 32, 46].

Латентная переменная, вызывающая ковариацию для нескольких элементов, должна приводить к полностью связанному кластеру элементов, если они моделируются как общая сеть. Однако, это не означает, что, когда предполагаемая сеть не содержит полностью связанных кластеров, модель латентной переменной должна быть ложной. По методу лассо появление ребра в сети может свидетельствовать о том, что ребро присутствует, но не удержание ребра не дает свидетельства того, что ребро отсутствует, потому что ребро просто не может быть оценено из-за недостатка мощности данных [19, 20].

При этом, то, что две модели эквивалентны, не означает, что они одинаково правдоподобны. Например, структура сети в форме решетки (узлы, упорядоченные в сетке и связанные только с соседями), эквивалентна некоторой модели латентных переменных. Но модель латентных переменных в этом случае сложна и очень неправдоподобна (в частности, для объяснения данных потребуется много латентных переменных [32]).

С другой стороны, даже если ожидается, что сетевая модель в значительной степени объяснит данные, вполне правдоподобно предположить, что какие-то латентные переменные могут вызывать какие-либо ковариации в сетевой модели [11, 20, 23]. В этом случае при наличии латентных переменных оценка причинно-следственных сетей на основе сетевой модели может привести к ошибочным причинным гипотезам. Эта проблема менее проблематична при оценке (ненаправленных) сетей частных корреляций, поскольку направление воздействия не связано с оцененными ребрами сети.

В целом для преодоления рассматриваемой проблемы необходимо разрабатывать методики объединения сетевого моделирования и моделирования с помощью латентных переменных, что позволит исследователям использовать сильные стороны одной структуры для преодоления слабых сторон другой структуры. Например, чтобы преодолеть появление ребер от действия латентных переменных, можно оце-



нить структуру остаточной сети после учета ковариации из-за одной или нескольких общих причин [11, 12, 20, 37]. Другим способом объединения сетевых моделей с моделями латентных переменных является использование латентных переменных в качестве узлов в сети (так называемая латентная сеть [20]). Этот способ может позволить справиться с потенциальной ошибкой измерения в наблюдаемых переменных и эффективно осуществить поиск модели структурных связей между латентными переменными [28]. Наконец, в настоящее время разрабатываются методы статистического сравнения упорядоченных сетей и сетевых моделей латентных переменных [43].

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая статья представляет собой продолжение работы [1], посвященной основам построения психологических сетей частных корреляций с использованием популярного метода упорядочения оценок связей между узлами сети: регуляризация лассо с выбором модели EBIC. Приведен пример построения в программной среде R упорядоченной сети частных корреляций, показывающих взаимосвязи личностных особенностей подростков с их поведением в виртуальном пространстве (на примере социальной сети «ВКонтакте») [8]. Рассмотрены наиболее часто возникающие проблемы при оценке и интерпретации упорядоченных (регуляризованных) сетей частных корреляций. Описано как решать наиболее часто возникающие здесь проблемы.

Теоретические и практические вопросы, относящиеся к рассматриваемым сетям, связаны с: размером выборок и воспроизводимостью сетей; трудностями в интерпретации построенных сетей; сравнением различных сетей между собой.

Естественно, что размер выборки влияет на сетевые показатели: значения чувствительности сети и корреляции весовых коэффициентов увеличиваются с размером выборки. Чтобы правильно извлекать ребра и их веса, оценка Гауссовских графических моделей [1], как правило, требует размера выборки примерно в 10 раз больше, чем число измеренных сетевых переменных. При этом умеренная чувствительность и хорошая специфичность сети могут быть получены и для меньших выборок. Модель Изинга для бинарных данных [44] требует больших выборок для достижения умеренной чувствительности.

Обычные трудности в интерпретации сетей связаны с тем, что, с одной стороны, построенная сеть может иметь очень мало ребер или не иметь их вовсе, а с другой стороны, сеть может наоборот быть очень плотно соединена. Также можно столкнуться с появлением неожиданных ребер, которые к тому же могут быть достаточно большими отрицательными. Все эти особенности важно учитывать при построении упорядоченных сетей частных корреляций. Соответствующие ошибки требуют исправления с помощью изменения выборки и грамотного выбора управляющих параметров регуляризации.

Сравнение сетей показывает, что со статистической точки зрения существует прямая эквивалентность между рассматриваемыми сетевыми моделями и моделями латентных переменных. В этом отношении выбор сетевой модели и ее интерпретация существенным образом зависит от особенностей применяемого психологического подхода.



Литература

1. *Артеменков С.Л.* Упорядоченные сети частных корреляций в психологических исследованиях // *Моделирование и анализ данных*. 2021. № 2. С. 31–50.
2. *Артеменков С.Л.* Сетевое моделирование психологических конструктов // *Моделирование и анализ данных*. 2017. № 1. С. 9–28.
3. *Артеменков С.Л.* Инициально-семантическая модель дивергентной креативности [Электронный ресурс] // *Психологическая наука и образование psyedu.ru*. 2012. № 3. С. 1–15. URL: http://psyjournals.ru/psyedu_ru/2012/n3/55540.shtml.
4. *Вачков И.В., Вачкова С.Н.* Воспроизводимость психологических экспериментов как проблема постнеклассической науки // *Культурно-историческая психология*. 2016. Том 12. № 1. С. 97–101. doi:10.17759/chp.2016120110
5. *Жукова Е.С., Артеменков С.Л., Богоявленская Д.Б.* К вопросу о соотношении одаренности и осознанной саморегуляции. Личностные и регуляторные ресурсы достижения образовательных и профессиональных целей в эпоху цифровизации. Москва: Знание-М, 2020. С. 104–115. DOI: 10.38006/907345–50–8.2020.104.115.
6. *Жукова Е.С., Артеменков С.Л., Богоявленская Д.Б.* Исследование интеллектуальной активности в младшем школьном и подростковом возрасте / *Моделирование и анализ данных*. 2019. № 1. С. 11–29.
7. *Рубцова О.В., Панфилова А.С., Артеменков С.Л.* Исследование взаимосвязи личностных особенностей игроков подросткового и юношеского возраста с их поведением в виртуальном пространстве (на примере групповой компьютерной игры «Dota 2») // *Психологическая наука и образование*. 2018. Том 23. № 1. С. 137–148. doi:10.17759/pse.2018230112
8. *Рубцова О.В., Панфилова А.С., Смирнова В.К.* Исследование взаимосвязи личностных особенностей подростков с их поведением в виртуальном пространстве (на примере социальной сети «ВКонтакте») // *Психологическая наука и образование*. 2018. Т. 23. № 3. С. 54–66. doi: 10.17759/pse.2018230305
9. *Bogoyavlenskaya D., Joukova E., Artemenkov S.* Longitudinal Study Of The Creative Abilities // *The European Proceedings of Social & Behavioural Sciences (EpSBS)*, 2018. 14: 125–131. doi: <https://dx.doi.org/10.15405/epsbs.2018.11.02.14>.
10. *Borsboom D., Fried E., Epskamp S., Waldorp L., van Borkulo C., van der Maas H., & Cramer A.O.J.* Replicability of psychopathology networks: The right question but the wrong answer. a comment on “evidence that psychopathology symptom networks have limited replicability” by Forbes, Wright, Markon, and Krueger. *Journal of Abnormal Psychology*, 2017. 126, 989–999.
11. *Chandrasekaran V., Parrilo P.A., & Willsky A.S.* Latent variable graphical model selection via convex optimization (with discussion). *The Annals of Statistics*, 2012. 40, 1935–1967.
12. *Chen Y., Li X., Liu J., & Ying Z.* A fused latent and graphical model for multivariate binary data. arXiv preprint, arXiv, 2016. 1606.08925.
13. *Cohen J.* *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. New York, NY: Academic Press. 1977.
14. *Costantini G., Epskamp S., Borsboom D., Perugini M., Möttus R., Waldorp L.J., & Cramer A.O.J.* State of the aRt personality research: A tutorial on network analysis of personality data in R. *Journal of Research in Personality*, 2015. 54, 13–29.
15. *Epskamp S.* Brief Report on Estimating Regularized Gaussian Networks from Continuous and Ordinal Data. 2016. Retrieved from <http://arxiv.org/abs/1606.05771>
16. *Epskamp S., Cramer A., Waldorp L., Schmittmann V.D., & Borsboom D.* qgraph: Network visualizations of relationships in psychometric data. *Journal of Statistical Software*, 2012. 48, 1–18.



17. *Epskamp S., Borsboom D., Fried E.I.* Estimating psychological networks and their accuracy: a tutorial paper. *Behavior Research Methods*. 2018. 50, 195–212.
18. *Epskamp S., Fried E.I.* A tutorial on regularized partial correlation networks. *Psychological Methods*, 2018. 23(4), 617–634. <https://doi.org/10.1037/met0000167>.
19. *Epskamp S., Kruis J., & Marsman M.* Estimating psychopathological networks: Be careful what you wish for. *PloS ONE*, 2017. 12, e0179891.
20. *Epskamp S., Rhemtula M., & Borsboom D.* Generalized network psychometrics: Combining network and latent variable models. *Psychometrika*, 2017. 82, 904–927. <http://dx.doi.org/10.1007/s11336-017-9557-x>
21. *Forbes M.K., Wright A.G.C., Markon K., & Krueger R.* Evidence that psychopathology symptom networks have limited replicability. *Journal of Abnormal Psychology*, 2017. 126, 969–988.
22. *Foygel R., & Drton M.* Extended Bayesian information criteria for Gaussian graphical models. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2010. 23, 2020–2028.
23. *Fried E.I., & Cramer A.O.J.* Moving forward: Challenges and directions for psychopathological network theory and methodology. *Perspectives on Psychological Science*, 2017. 12, 999–1020. <http://dx.doi.org/10.1177/1745691617705892>
24. *Fried E.I., Eidhof M.B., Palic S., Costantini G., Huisman-van Dijk H.M., Bockting C.L.H., Engelhard I., Armour C., Nielsen A.B.S., & Karstoft K.-I.* Replicability and generalizability of posttraumatic stress disorder (PTSD) networks: A cross-cultural multisite study of PTSD symptoms in four trauma patient samples. *Clinical Psychological Science*, 2018. 6(3), 335–351. <https://doi.org/10.1177/2167702617745092>
25. *Fried E.I., van Borkulo C.D., Cramer A.O.J., Lynn B., Schoevers R.A., & Borsboom D.* Mental disorders as networks of problems: A review of recent insights. *Social Psychiatry and Psychiatric Epidemiology*, 2017. 52, 1–10.
26. *Friedman J.H., Hastie T., & Tibshirani R.* *glasso*: Graphical lasso-estimation of Gaussian graphical models (R package version 1.8). 2014. Retrieved from <https://CRAN.R-project.org/package=glasso>
27. *Fruchterman T., & Reingold E.* Graph drawing by force-directed placement. *Software: Practice and Experience*, 1991. 21, 1129–1164.
28. *Guyon H., Falissard B., & Kop J.-L.* Modeling psychological attributes in psychology—an epistemological discussion: Network analysis vs. latent variables. *Frontiers in Psychology*, 2017. 8, 798.
29. *Holland P.W., & Rosenbaum P.R.* Conditional association and unidimensionality in monotone latent variable models. *The Annals of Statistics*, 1986. 14, 1523–1543.
30. *Koller D., & Friedman N.* *Probabilistic graphical models: Principles and techniques*. Cambridge, MA: MIT Press. 2009.
31. *Kruis J., & Maris G.* Three representations of the Ising model. *Scientific Reports*, 2016. 6, 34175.
32. *Marsman M., Maris G., Bechger T., & Glas C.* Bayesian inference for low-rank ISING networks. *Scientific reports*, 2015. 5(9050), 1–7.
33. *Muthén B.O.* Factor structure in groups selected on observed scores. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 1989. 42, 81–90.
34. *Olsson U.* Maximum likelihood estimation of the polychoric correlation coefficient. *Psychometrika*, 1979. 44, 443–460.
35. *Open Science Collaboration.* Estimating the reproducibility of psychological science. *Science*, 2015. 349, aac4716 –aac4716.
36. *Opsahl T., Agneessens F., & Skvoretz J.* Node centrality in weighted networks: Generalizing degree and shortest paths. *Social Networks*, 2010. 32, 245–251.



37. Pan J., Ip E., & Dube L. An alternative to post-hoc model modification in confirmatory factor analysis: The Bayesian lasso. *Psychological Methods*, 2017. 22, 687–704.
38. Pearl J. *Causality: Models, reasoning, and inference*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2000.
39. Rhemtulla M., Fried E.I., Aggen S.H., Tuerlinckx F., Kendler K.S., & Borsboom D. Network analysis of substance abuse and dependence symptoms. *Drug and Alcohol Dependence*, 2016. 161, 230–237.
40. Rigdon E.E., & Ferguson C.E., Jr. The performance of the polychoric correlation coefficient and selected fitting functions in confirmatory factor analysis with ordinal data. *Journal of Marketing Research*, 1991. 28, 491–497.
41. Rosseel Y. lavaan: An R package for structural equation modeling. *Journal of Statistical Software*, 2012. 48(2), 1–36.
42. Schmittmann V.D., Cramer A.O.J., Waldorp L.J., Epskamp S., Kievit R.A., & Borsboom D. Deconstructing the construct: A network perspective on psychological phenomena. *New Ideas in Psychology*, 2013. 31, 43–53.
43. van Bork R., Rhemtulla M., Waldorp L.J., Kruis J., Rezvanifar S. & Borsboom D. Latent Variable Models and Networks: Statistical Equivalence and Testability, *Multivariate Behavioral Research*, 2019. DOI: 10.1080/00273171.2019.1672515
44. van Borkulo C.D., Borsboom D., Epskamp S., Blanken T.F., Boschloo L., Schoevers R.A., & Waldorp L.J. A new method for constructing networks from binary data. *Scientific Reports*, 2014. 4(5918), 1–10.
45. van Borkulo C., Boschloo L., Kossakowski J., Tio P., Schoevers R., Borsboom D., & Waldorp L. Comparing network structures on three aspects: A permutation test. 2017. <http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.29455.38569>
46. van Der Maas H.L., Dolan C.V., Grasman R.P., Wicherts J.M., Huizenga H.M., & Raijmakers M.E. A dynamical model of general intelligence: The positive manifold of intelligence by mutualism. *Psychological review*, 2006. 113, 842–861.



The Issues of Construction and Analysis of Ordered Partial Correlation Networks in Psychological Research

Sergei L. Artemenkov*

Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1619-2209>

e-mail: slart@inbox.ru

In the context of network modeling, psychological variables are understood as directly affecting each other, and not as a consequence of latent constructs. An efficient assessment of networks showing relationships between measured variables can be carried out using the methods of regularization of the network of partial correlations. This article provides an example of constructing a regularized network of partial correlations in the R software environment (it is showing the relationship between the personality traits of adolescents and their behavior in virtual space using the example of the social network VKontakte) and examines the features of constructing and analyzing ordered networks of partial correlations. A list of potential problems arising when using the considered network methodology is presented. The issues related to sample size and reproducibility of the network, difficulties in interpreting networks, and comparing different networks with each other, including both network models and models of latent variables, are considered.

Keywords: correlation analysis, partial correlation networks, regularization, network modeling in psychology, visualization, language R.

For citation:

Artemenkov S.L. The Issues of Construction and Analysis of Ordered Partial Correlation Networks in Psychological Research. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2021. Vol. 11, no. 3, pp. 36–56. DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2021110303> (In Russ., abstr. in Engl.).

References

1. Artemenkov S.L. Ordered Partial Correlation Networks in Psychological Research. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2021. Vol. 11, no. 2, pp. 31–50. doi:10.17759/mda.2021110202. (In Russ., abstr. in Engl.)
2. Artemenkov S.L. Setevoye modelirovaniye psikhologicheskikh konstruktov // *Modelirovaniye i analiz dannykh*. 2017. № 1. S. 9–28.
3. Artemenkov S.L. Initsionno-semanticheskaya model' divergentnoy kreativnosti [Elektronnyy resurs] // *Psikhologicheskaya nauka i obrazovaniye psyedu.ru*. 2012. № 3. S. 1–15. URL: http://psyjournals.ru/psyedu_ru/2012/n3/55540.shtml.
4. Vachkov I.V., Vachkova S.N. Reproducibility of Psychological Experiments as a Problem of Post-Nonclassical Science. *Kul'turno-istoricheskaya psikhologiya = Cultural-Historical Psychology*, 2016. Vol. 12, no. 1, pp. 97–101. doi:10.17759/chp.2016120110. (In Russ., abstr. in Engl.)

***Sergei L. Artemenkov**, PhD in Engineering, Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1619-2209>, e-mail: slart@inbox.ru



5. Zhukova E.S., Artemenkov S.L., Bogoyavlenskaya D.B. K voprosu o sootnoshenii odarennosti i osoznannoy samoregulyatsii. Lichnostnyye i regulyatornyye resursy dostizheniya obrazovatel'nykh i professional'nykh tseyey v epokhu tsifrovizatsii. Moskva: Znaniye-M, 2020. S. 104–115. DOI: 10.38006/907345–50–8.2020.104.115.
6. Zhukova E.S., Artemenkov S.L., Bogoyavlenskaya D.B. Issledovaniye intellektual'noy aktivnosti v mladshem shkol'nom i podrostkovom vozraste / Modelirovaniye i analiz dannykh. 2019. № 1. S. 11–29.
7. Rubtsova O.V., Panfilova A.S., Artemenkov S.L. Relationship between Personality Traits and Online Behaviour in Adolescents and Young Adults: A Research on Dota 2 Players. *Psikhologicheskaya nauka i obrazovanie = Psychological Science and Education*, 2018. Vol. 23, no. 1, pp. 137–148. doi:10.17759/pse.2018230112. (In Russ., abstr. in Engl.)
8. Rubtsova O.V., Panfilova A.S., Smirnova V.K. Research on Relationship between Personality Traits and Online Behaviour in Adolescents (With VKontakte Social Media as an Example). *Psikhologicheskaya nauka i obrazovanie = Psychological Science and Education*, 2018. Vol. 23, no. 3, pp. 54–66. doi:10.17759/pse.2018230305. (In Russ., abstr. in Engl.)
9. Bogoyavlenskaya D., Joukova E., Artemenkov S. Longitudinal Study Of The Creative Abilities // The European Proceedings of Social & Behavioural Sciences (EpSBS), 2018. 14: 125–131. doi: <https://dx.doi.org/10.15405/epsbs.2018.11.02.14>.
10. Borsboom D., Fried E., Epskamp S., Waldorp L., van Borkulo C., van der Maas H., & Cramer A.O.J. Replicability of psychopathology networks: The right question but the wrong answer. a comment on “evidence that psychopathology symptom networks have limited replicability” by Forbes, Wright, Markon, and Krueger. *Journal of Abnormal Psychology*, 2017. 126, 989–999.
11. Chandrasekaran V., Parrilo P.A., & Willsky A.S. Latent variable graphical model selection via convex optimization (with discussion). *The Annals of Statistics*, 2012. 40, 1935–1967.
12. Chen Y., Li X., Liu J., & Ying Z. A fused latent and graphical model for multivariate binary data. arXiv preprint, arXiv, 2016. 1606.08925.
13. Cohen J. *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. New York, NY: Academic Press. 1977.
14. Costantini G., Epskamp S., Borsboom D., Perugini M., Mõttus R., Waldorp L.J., & Cramer A.O.J. State of the aRt personality research: A tutorial on network analysis of personality data in R. *Journal of Research in Personality*, 2015. 54, 13–29.
15. Epskamp S. Brief Report on Estimating Regularized Gaussian Networks from Continuous and Ordinal Data. 2016. Retrieved from <http://arxiv.org/abs/1606.05771>
16. Epskamp S., Cramer A., Waldorp L., Schmittmann V.D., & Borsboom D. qgraph: Network visualizations of relationships in psychometric data. *Journal of Statistical Software*, 2012. 48, 1–18.
17. Epskamp S., Borsboom D., Fried E.I. Estimating psychological networks and their accuracy: a tutorial paper. *Behavior Research Methods*. 2018. 50, 195–212.
18. Epskamp S., Fried E.I. A tutorial on regularized partial correlation networks. *Psychological Methods*, 2018. 23(4), 617–634. <https://doi.org/10.1037/met0000167>.
19. Epskamp S., Kruis J., & Marsman M. Estimating psychopathological networks: Be careful what you wish for. *PloS ONE*, 2017. 12, e0179891.
20. Epskamp S., Rhemtula M., & Borsboom D. Generalized network psychometrics: Combining network and latent variable models. *Psychometrika*, 2017. 82, 904–927. <http://dx.doi.org/10.1007/s11336-017-9557-x>
21. Forbes M.K., Wright A.G.C., Markon K., & Krueger R. Evidence that psychopathology symptom networks have limited replicability. *Journal of Abnormal Psychology*, 2017. 126, 969–988.
22. Foygel R., & Drton M. Extended Bayesian information criteria for Gaussian graphical models. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2010. 23, 2020–2028.



23. Fried E.I., & Cramer A.O.J. Moving forward: Challenges and directions for psychopathological network theory and methodology. *Perspectives on Psychological Science*, 2017. 12, 999–1020. <http://dx.doi.org/10.1177/1745691617705892>
24. Fried E.I., Eidhof M.B., Palic S., Costantini G., Huisman-van Dijk H.M., Bockting C.L.H., Engelhard I., Armour C., Nielsen A.B.S., & Karstoft K.-I. Replicability and generalizability of posttraumatic stress disorder (PTSD) networks: A cross-cultural multisite study of PTSD symptoms in four trauma patient samples. *Clinical Psychological Science*, 2018. 6(3), 335–351. <https://doi.org/10.1177/2167702617745092>
25. Fried E.I., van Borkulo C.D., Cramer A.O.J., Lynn B., Schoevers R.A., & Borsboom D. Mental disorders as networks of problems: A review of recent insights. *Social Psychiatry and Psychiatric Epidemiology*, 2017. 52, 1–10.
26. Friedman J.H., Hastie T., & Tibshirani R. *glasso*: Graphical lasso-estimation of Gaussian graphical models (R package version 1.8). 2014. Retrieved from <https://CRAN.R-project.org/package=glasso>
27. Fruchterman T., & Reingold E. Graph drawing by force-directed placement. *Software: Practice and Experience*, 1991. 21, 1129–1164.
28. Guyon H., Falissard B., & Kop J.-L. Modeling psychological attributes in psychology—an epistemological discussion: Network analysis vs. latent variables. *Frontiers in Psychology*, 2017. 8, 798.
29. Holland P.W., & Rosenbaum P.R. Conditional association and unidimensionality in monotone latent variable models. *The Annals of Statistics*, 1986. 14, 1523–1543.
30. Koller D., & Friedman N. *Probabilistic graphical models: Principles and techniques*. Cambridge, MA: MIT Press. 2009.
31. Kruijs J., & Maris G. Three representations of the Ising model. *Scientific Reports*, 2016. 6, 34175.
32. Marsman M., Maris G., Bechger T., & Glas C. Bayesian inference for low-rank ISING networks. *Scientific reports*, 2015. 5(9050), 1–7.
33. Muthén B.O. Factor structure in groups selected on observed scores. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 1989. 42, 81–90.
34. Olsson U. Maximum likelihood estimation of the polychoric correlation coefficient. *Psychometrika*, 1979. 44, 443–460.
35. Open Science Collaboration. Estimating the reproducibility of psychological science. *Science*, 2015. 349, aac4716 –aac4716.
36. Opsahl T., Agneessens F., & Skvoretz J. Node centrality in weighted networks: Generalizing degree and shortest paths. *Social Networks*, 2010. 32, 245–251.
37. Pan J., Ip E., & Dube L. An alternative to post-hoc model modification in confirmatory factor analysis: The Bayesian lasso. *Psychological Methods*, 2017. 22, 687–704.
38. Pearl J. *Causality: Models, reasoning, and inference*. Cambridge, UK: Cambridge University Press. 2000.
39. Rhemtulla M., Fried E.I., Aggen S.H., Tuerlinckx F., Kendler K.S., & Borsboom D. Network analysis of substance abuse and dependence symptoms. *Drug and Alcohol Dependence*, 2016. 161, 230–237.
40. Rigdon E.E., & Ferguson C.E., Jr. The performance of the polychoric correlation coefficient and selected fitting functions in confirmatory factor analysis with ordinal data. *Journal of Marketing Research*, 1991. 28, 491–497.
41. Rosseel Y. *lavaan*: An R package for structural equation modeling. *Journal of Statistical Software*, 2012. 48(2), 1–36.
42. Schmittmann V.D., Cramer A.O.J., Waldorp L.J., Epskamp S., Kievit R.A., & Borsboom D. Deconstructing the construct: A network perspective on psychological phenomena. *New Ideas in Psychology*, 2013. 31, 43–53.



43. van Bork R., Rhemtulla M., Waldorp L.J., Kruis J., Rezvanifar S. & Borsboom D. Latent Variable Models and Networks: Statistical Equivalence and Testability, *Multivariate Behavioral Research*, 2019. DOI: 10.1080/00273171.2019.1672515
44. van Borkulo C.D., Borsboom D., Epskamp S., Blanken T.F., Boschloo L., Schoevers R.A., & Waldorp L.J. A new method for constructing networks from binary data. *Scientific Reports*, 2014. 4(5918), 1–10.
45. van Borkulo C., Boschloo L., Kossakowski J., Tio P., Schoevers R., Borsboom D., & Waldorp L. Comparing network structures on three aspects: A permutation test. 2017. <http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.29455.38569>
46. van Der Maas H.L., Dolan C.V., Grasman R.P., Wicherts J.M., Huizenga H.M., & Raijmakers M.E. A dynamical model of general intelligence: The positive manifold of intelligence by mutualism. *Psychological review*, 2006. 113, 842–861.