

Роль образного мышления в научном мышлении

Куланин Е.Д. *

Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ),
г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>
e-mail: lucas03@mail.ru

Степанов М.Е. **

Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ),
г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4803-8211>
e-mail: mestepanov@yandex.ru

Нуркаева И.М. ***

Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ),
г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1949-6734>
e-mail: nurkaevaim@yandex.ru

В статье рассматривается роль образного мышления в научном мышлении и, в частности, в преподавании математики в высших учебных заведениях. С этой точки зрения освещается соотношение между абстрактными аналитическими и наглядными геометрическими методами в математике, причем делается вывод о том, что последние составляют основу для применения образного мышления в математике.

Ключевые слова: обучение, математика, логика, образ, воображение, абстрактное мышление, наглядное мышление.

Для цитаты:

Куланин Е.Д., Степанов М.Е., Нуркаева И.М. Роль образного мышления в научном мышлении // Моделирование и анализ данных. 2020. Том 10. № 2. С. 110–128. DOI: [10.17759/mda.2020100209](https://doi.org/10.17759/mda.2020100209)

***Куланин Евгений Дмитриевич**, кандидат физико-математических наук, профессор, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>, e-mail: lucas03@mail.ru



****Степанов Михаил Евграфович**, кандидат педагогических наук, доцент, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4803-8211>, e-mail: mestepanov@yandex.ru

*****Нуркаева Ирина Михайловна**, кандидат педагогических наук, доцент, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1949-6734>, e-mail: nurkaevaim@yandex.ru

1. ВВЕДЕНИЕ

Человеческая психика является весьма сложной, но целостной системой. Однако в научных исследованиях она обычно рассматривается как комплекс относительно независимых компонентов. Примерами могут служить разделение психики на сознание и подсознание или выделение особых сфер психической деятельности, таких как мышление, эмоции, память и т.д. Естественно, подобное разделение неизбежно, и, конечно, оно отражает реальные особенности психики. Но, как говаривал Фауст: «Суша, мой друг, теория везде, а древо жизни пышно зеленеет». Именно по этой причине следует учитывать тот факт, что принятие любой научной схемы упрощает, обедняет и в чем-то искажает картину реального явления.

Это обстоятельство легко подтвердить историческими примерами. В традиционных обществах был хорошо известен тот факт, что действия человека не определяются только его сознательной жизнью, а тем более только мышлением. Но в Новое время, в эпоху Просвещения возникает тесно связанный с идеями гуманизма рационализм. При этом противостоящий ему сенсуализм спорит с рационализмом только по поводу источников знания. Духовная же жизнь человека и для рационалиста, и для сенсуалиста предстает чем-то достаточно обозримым. Под влиянием таких представлений человек превращается исключительно в Человека Разумного. Главным его качеством становится разум, то есть способность мыслить. И когда, намного позже, такие ученые как Фрейд и Юнг сказали о том, что в человеке заложены очень мощные пласты психики, не охваченные сознанием, это, известное всем сколько-нибудь развитым религиозным системам обстоятельство, потрясло научный мир. И это при том, что, например, Фрейд сводит чрезвычайно широкий мир подсознания к довольно специфическим механизмам, связанным с физиологией.

Этим примером хотелось бы показать, что существует определенное противостояние между традиционным восприятием человека и научной теорией. Преимущества теоретического знания широко декларировались на протяжении нескольких столетий. Суть этих деклараций состоит в следующем.

- Наука основывается на опытных данных. Она отменяет надуманные и ложные представления. Широко известен ответ Лапласа Наполеону о том, что в такой гипотезе, как Бог, он не нуждается.
- Наука является теоретически обоснованной системой утверждений, между которыми установлены логические связи.
- Наука, основанная на опыте и логике, достовернее любого другого вида человеческих знаний, включая религию, философию, искусство, а тем более такого недостаточно изученного феномена, как обыденное сознание.



- Для ученых является аксиомой то утверждение, которое можно выразить, перефразировав слова Ленина: «Наука всесильна, потому что она верна».
- Наконец, с точки зрения практической наука является двигателем прогресса и приносит человечеству в основном благоденствия при незначительных издержках.
- Противостояние науке, в какой бы форме оно не выражалось, является мракобесием. К сожалению, в настоящее время ход мировой истории показал, что не все обстоит столь благополучно. Налицо определенный конфликт научного сообщества и остального человечества, позиции которого мы условно будем связывать с традицией и называть соответствующую точку зрения традиционной.

В чем суть этой точки зрения?

- Наука подменяет собой все иные виды мировоззрения и отвергает важность многих вполне реальных феноменов, в том числе связанных с человеческой психикой, на том основании, что они не могут быть изучены опытным путем. В частности, значительная часть научного сообщества отрицает существование такого, осязаемого каждым из нас, феномена, как душа человека. Она заменяется ее различными теоретическими моделями и механизмами, например, в духе Ильи Пригожина – бифуркациями, а в духе Андрея Николаевича Колмогорова и Алана Тьюринга – конечными автоматами. Тем самым, в конечном счете, отвергается сам человек. При этом стоит отметить, что тест Тьюринга, доказывающий, что компьютер достиг в интеллектуальном отношении уровня человека, по сути, является квинтэссенцией обмана. Машина выдает себя за человека.
- В самовосприятии человека как личности заключена такая достоверность, или говоря словами философа Ивана Ильина, очевидность, которая превосходит обоснованность научных теорий и схем.
- Всесилие науки проявляется только в разрушении традиционного мира. Человечество поставлено на грань гибели «научными достижениями». Речь идет о ядерной физике, химии, засоряющей природные ландшафты неразлагающимися веществами, биоинженерии, повсеместном внедрении компьютерных технологий, негативно влияющих на детей и ведущих к необратимому изменению человеческой психики. Прогресс оказывается движением к обрыву.
- Науке и прогрессу необходимо, если и не противостоять, то ограничивать их.

В этой связи можно вспомнить движение луддитов, которое бессильно было остановить развитие новых технологий. Однако что-то делать необходимо. В частности еще и потому, что научный прогресс, хотим мы этого или не хотим, привел к возникновению трансгуманизма, направленного на такую кардинальную переделку человека, что ее можно приравнять к уничтожению традиционного человека и превращению его в подобие робота.

Приведем, на первый взгляд безобидную цитату [9]: «По-прежнему кажется совершенно таинственным то обстоятельство, что продуцирование поведения должно сопровождаться субъективной жизненной деятельностью». Автор, рассматривая личность, берет именно то, что является вторичным по отношению к внутреннему миру человека, как таковому, а именно его поведение.



Получается, что субъективная жизненная деятельность, то есть истинная внутренняя жизнь человека – нечто, неизвестно зачем и откуда взявшееся. У робота подобных аномалий нет. Главное для него поведение.

Думается, что в наше время каждый человек должен хорошо обдумать смысл и характер противостояния научной трансгуманистической идеологии и традиции. И сделать это нужно, прежде всего, для того, чтобы выбрать тот лагерь, к которому нужно присоединиться. Авторы статьи однозначно стоят на стороне традиции.

Отметим, что термин «душа» для воинствующих атеистов несет в себе религиозный привкус. По этой причине они могут посчитать противостояние трансгуманизма и традиции надуманным конфликтом. Им можно предложить следующую аналогию. Есть мало изученное с теоретической точки зрения понятие, которое даже после создания «теории всего», столь популярной среди физиков, останется неосвоенным наукой. Речь идет о явлении, которое называется «жизнь». Сомнений в необходимости ее сбережения пока никто открыто не выражает. В частности, в рамках научно обоснованной теоретической экологии ради сохранения жизни как таковой ведутся интенсивные исследования. Введено понятие экосистемы, и для сохранения жизни нужно каждую экосистему по возможности сделать неприкосновенной. Почему бы не сохранить и систему, которая может быть названа «традиционным человечеством»?

Что же касается науки, в определенных формах она, конечно, необходима и полезна, но следует установить для нее определенные границы. Это невероятно сложная задача, поскольку за спинами ученых стоят власть имущие, а их остановить очень трудно. Одним из важнейших фронтов протivoборства традиции и трансгуманизма является образование.

В противостоянии с трансгуманизмом, как это ни парадоксально, речь идет и о борьбе за сохранение научного стиля мышления в его традиционных формах, в том числе и в сфере математики. С одной стороны, дело в том, что трансгуманизм сознательно разрушает многие базовые компоненты мышления. А с другой – научный стиль мышления возник, по крайней мере, в Древней Греции, а, значит, может быть отнесен к традиционным достижениям человечества.

2. О РОЛИ ОБРАЗОВ В ОБУЧЕНИИ

Приводимая ниже точка зрения более подробно изложена в [30].

Одна из наиболее сложных проблем обучения связана с невозможностью постепенно сложить новое знание из отдельных блоков, подготовленных заранее. В.В. Давыдов подчеркивает, что новое всегда возникает как целое [7]. В ряде случаев процесс учения может опираться на уже существующие в психике учащегося структуры, дающие ему целостный образ будущего знания. Этот образ не развернут и существует в сознании стихийно, не подчиняясь своему обладателю, но именно он является тем каркасом, на котором наращивается новое знание.

Чтобы пояснить эту мысль обратимся к творческому наследию древнегреческого философа Платона. Примеры, подтверждающие выдвинутую им теорию познания как припоминания известного, могут быть истолкованы совершенно иным образом:



обучение в ряде случаев есть процесс разворачивания давно знакомого и пребывающего в психике, но не осознанного.

Платон неопровержимо доказывает, что мальчик-раб, беседующий с Сократом, может судить об обсуждаемом предмете лишь по той причине, что в процессе жизнедеятельности у него сформировались достаточно развитые пространственные представления (беседа велась о геометрических вопросах). Используя выражение Гегеля, можно сказать, что он уже узнал, что такое пространство, но пока не познал его. Какова же в данном случае роль Сократа?

Если мальчик знает и чувствует предмет, то, что же нового вносит педагог, который просто задает вопрос за вопросом?

Мальчик знает и чувствует, но не владеет своим знанием и чувством, поскольку они не структурированы, а, следовательно, стихийны. Сократ своими вопросами выявляет те свойства изучаемого предмета, которые особенно важны в структурном отношении. При этом Сократ ничего не навязывает как догму, а лишь придает форму тому, что уже известно ученику. Он действует подобно художнику, оттеняющему ту или иную деталь на рисунке и, тем самым, придающему этому рисунку большую глубину и выразительность. Геометрическому знанию в данном случае предпосылается чувственный образ пространства.

Итак, если мы уверены, что некое явление включено в психику учащегося, ибо это включение является необходимым условием успешной жизнедеятельности, то переживание этого явления может быть взято в качестве исходного материала для созидания нового уровня понимания этого явления и явлений ему подобных.

Переживание в процессе обучения должно быть развернуто в осознаваемую структуру. Сам характер этой структуры определяется целями обучения, ведь одно и то же явление может восприниматься и с естественнонаучных и с художественно-эстетических позиций, а воспитание исследователя и художника требует выработки в равной мере сложных, но во многом отличных друг от друга психических структур.

Восприятие с помощью органов чувств предметов внешнего мира приводит к возникновению в сознании образов этих предметов. Однако, образ не является пассивным слепком предмета, который исчезает, как только предмет перестает воздействовать на органы чувств. Д.Н. Узнадзе подчеркивал, что восприятие является не ощущением, а переживанием предмета [25].

Человек может не ощущать предмет, но при этом переживать его. Образ предмета в этом случае возникает по той причине, что сознание человека направлено на этот предмет. Направленность сознания на предмет называется интенцией [13] или интенциональностью [26]. Мы будем применять второй термин, который широко используется в феноменологии Гуссерля и толкуется как фундаментальное свойство переживания быть «сознанием о...» [26]. И восприятие, и интенциональность, не связанная с непосредственным ощущением предмета, создают образ предмета через его переживание. Следует отметить, что в бытовой речи, а часто и в психологической литературе термин «переживание» используется для обозначения психических процессов, происходящих в кризисных для личности ситуациях [4]. Мы будем говорить



о переживании предмета, имея в виду тот факт, что предмет существует в сознании человека и является событием его жизни независимо от характера эмоциональной окраски этого события. Предмет при этом пребывает в психике субъекта как некий поток внутренних ощущений, ассоциаций, смыслов, представлений, оценок, эмоций и т.д. Весь этот многообразный поток интерпретируется субъектом как предмет.

Переживаться может не только реально существующий, но и воображаемый предмет (классический пример – кентавр). Тем не менее, в сознании он представлен и обладает рядом признаков. «Эти признаки не являются перцептуально наполненными; они представлены более или менее смутно» [33]. Это в равной степени относится к образам воображаемых и реально существующих объектов. Таким образом, тот или иной предмет может пребывать в сознании как переживание, но при этом не обладать ярко воспринимаемыми признаками, многие из которых даже не осознаются в достаточной степени. В таких случаях будем говорить о свернутом существовании предмета в сознании.

Знания о переживаемом предмете, как правило, достигается интуитивно, т.е. без осознания путей их получения. Целостность образа этого предмета делает возможным «целостное охватывание» условий проблемной ситуации. Так называемое образное мышление по своей сути является интуитивным. Используя его в обучении, нужно учитывать ряд его особенностей.

Образ, понимаемый как переживание, представляет собой поток, который проникает в самые, казалось бы, далекие от его содержания области психики человека.

«Любой образ есть ни что иное, как элемент образа мира, и сущность его не в нем самом, а в том месте, в той функции, которую он выполняет в целостном отражении реальности» [25]. Невозможность обособления конкретных образов от остальных психических процессов приводит к исключительной сложности сознательного контроля над ними. Они живут своей собственной жизнью в человеческой психике. По этой причине образное мышление требует определенной психической культуры.

В то же время именно с образным восприятием действительности связаны такие важнейшие факторы психической жизни как интерес, воображение, творчество. С.Л. Рубинштейн пишет, что переживание человеком своего отношения к миру составляет сферу чувств или эмоций, а эмоции в свою очередь включают в себя стремление, влечение к тому, что для чувства привлекательно [23]. По этой причине интерес как форма проявления познавательной потребности невозможен вне образного мышления.

Тот факт, что слова «воображение» и «образ» являются родственными [12] не случаен. «Воображение – это основа творческого процесса, способность к воссозданию образов, вызывание воспоминаний образов, когда-то увиденных предметов и событий, творческих актов, составление образов, символов в новое целое» [12].

Свидетельства о решающей роли образов в творческой деятельности самого различного характера широко известны. Наиболее ярко об этом рассказывает Моцарт: «Произведение растет, я слышу его все более и более отчетливо, и сочинение завершается в моей голове, каким бы оно не было длинным. Затем я его охватываю единым взором как хорошую картину» [1]. В области математики, считающейся сухой и



слишком формальной наукой, образы играют ничуть не меньшую роль. Теория Галуа требовала использования ряда принципов, которые были открыты только через четверть века. Сам Галуа тем не менее составил о них представление, но оно несомненно было хотя бы частично неосознанным [1], т.е. имело форму образа, а не понятия.

Можно утверждать, что образы должны целенаправленно использоваться в обучении (разумеется, их нельзя устранить даже при самом схоластическом подходе, но в этом случае использование образа становится тайной учащегося, а удача при обучении – делом случая). Отказавшись от использования образов, отказываются от «переживания жизненных смыслов» [31].

Отмеченные выше свернутость образов и стихийность их существования в психике человека требуют организации образов-переживаний. Духовная культура различных обществ по-разному решает эту задачу. В западной культуре используется переход к теоретическому мышлению, в восточной, оставаясь в рамках образного мышления, достигают его высшей формы – медитации.

«Медитацией называется интенсивное глубокое размышление в процессе сосредоточения на объекте с устранением всех рассеивающих внимание факторов» [2], т.е. медитацией можно считать в высшей степени концентрированную интенциональность. Медитация «состоит в утрате логической структурированности сознания, при которой человек ощущает себя погруженным в континуальный поток психики» [2].

Состояние медитации позволяет соединить в единое целое образ и действие, вызываемое этим образом. Например, китайская живописная техника «единой черты» требует от художника состояния медитации: «От одного взмаха кисти возникают горы и реки, люди и вещи, птицы и животные, травы и деревья, рыбные садки, павильоны и башни – рисуют ли их с натуры или проникают их общий смысл, выразят их характер или только воспроизведут общий дух, раскроют их всеобщность или передадут их частность» [10]. Китайский художник Су Ши говорит: «... начинай работать кистью, будто ты видишь как птица пикирует, как заяц убегает. Если ты замешкаешься на мгновение – все пропадет» [2].

Медитация показывает, сколь эффективным может оказаться образное мышление, поддержанное культурной традицией. Однако освоение медитации требует огромных усилий и длительного времени. В условиях европейской системы образования можно использовать для организации образного мышления лишь самые простые приемы концентрации вниманий на образе и повышения интенсивности переживания. Тем не менее, и это может оказаться весьма полезным.

Восточный подход к знанию выражен в древнекитайской книге «Чжуан-цзы»: «Слова нужны – чтобы поймать мысль: когда мысль поймана, про слова забывают» [22]. Европейская культура, наоборот, ориентирована на теоретические формы знания, неотделимые от разнообразных знаковых систем, существующих в форме естественных и искусственных языков.

Язык является основным средством общения и получает известную самостоятельность в культуре, определяя специфику сознания и человеческой психики вообще [36]. В ходе языковой деятельности развилась логика, – «наука об общезначимых формах и средствах мысли, необходимых для рационального познания любой области зна-



ния» [36]. Вхождение в новое знание стало процессом освоения теории, т.е. формы знания, представленной средствами языка и организованной по законам логики.

Переживание предмета, образ, в теории заменяются понятием, в котором обобщаются свойства и признаки целого ряда предметов и явлений, существенные с точки зрения данной теории.

Теория может быть зафиксирована вне сознания человека с помощью знаковых средств языка. Тем самым она, как бы отчуждается от психики, предстает чем-то внешним по отношению к личности.

На самом же деле человек, владеющий теоретической моделью явления, обладает и высокой степенью организации образов, относящихся к этому явлению. Он получает в свои руки возможность предвидеть события, поскольку понимает их взаимосвязь. Теоретическая модель обладает логической ясностью и структурирует хаотическое и стихийное существование образов в психике.

В связи с этим понятна тенденция строить обучение в форме освоения теории без оглядки на образы, стоящие за понятиями теории. Обычно в таких случаях к ним обращаются достаточно случайно. Либо когда существует традиция в каком-то месте курса опираться на образное мышление, или когда личные пристрастия преподавателя побуждают его к этому.

В то же время ряд аргументов убеждает, что образ должен стать осознанным и необходимым элементом обучения. Прежде всего, устраняя образы, как правило, изгоняют содержание обучения. Учащийся долго осваивает непонятные (т.е. не включенные в его личный образ мира) преобразования, правила и т.д. Только проврвавшись через них, он может, наконец, увидеть то целое, к которому так долго шел.

В результате, устранив содержательную основу процесса обучения, одновременно устраняют ориентиры, по которым учащийся может строить свои действия при решении задач. Простейшая, с формальной точки зрения, задача становится неразрешимой, поскольку учащийся не знает в каком направлении ему двигаться. Часто учащийся просто пытается догадаться, чего от него хотят учителя, и действует в соответствии с догадкой.

Эту ситуацию можно продемонстрировать на примере изучения в высшей школе теории групп. Простота аксиом группы вряд ли может быть превзойдена, тем не менее, большинству студентов трудно включиться в смысловое поле теории. Первое ощущение от соприкосновения с теорией групп обычно выражают фразой: «Все ясно, но ничего не понятно».

Кроме того, устранение образов-переживаний в значительной степени снижает интерес к предмету. При этом приходится ориентироваться на внешние стимулы, понуждающие к обучению. То же самое можно сказать и по поводу фантазии и творчества. Вне рамок образного мышления они крайне затруднены, если вообще возможны.

Иногда выдвигаются возражения против систематического использования образов в обучении. Одно из них, состоящее в том, что использование образов приводит к переходу с теоретического уровня на эмпирический, мы рассмотрим ниже.



Однако, даже признав необходимость использования образов, не так просто осуществить их практическое внедрение в курс.

Дело в том, что трудно найти способ, позволяющий сделать образ по-настоящему действенным инструментом обучения. Значительно чаще образ используется как пассивное «наглядное пособие», которое поясняет понятие, но не включается в активную психическую структуру, заставляющую это понятие работать.

Так или иначе, авторы считают, что важнейшим образом, связанным с развитием геометрической интуиции, является образ пространства. К его рассмотрению мы и переходим.

В триаде – реальный предмет, образ-переживание, понятие, – образ связывает между собой предмет и понятие. Характер этой связи достаточно сложен хотя бы потому, что понятие обобщает свойства большого количества предметов и образов. По этой причине нельзя подменять понятие отдельным образом. С понятием связана целая система образов, каждый из которых может быть квалифицирован как соответствующий сути понятия, но не отражающий всей его общности. Образы становятся как бы конкретными реализациями понятия. Тем самым они включаются в логическую схему теории и подчиняются ей.

Из этого следует, что замена теоретического подхода эмпирическим происходит не от того, что в обучении используются образы, а из-за слишком бедной образности, связываемой с понятиями. Итак, проблема состоит в том, чтобы положить в основу обучения достаточно богатую, но не слишком разнородную образность. Одним из путей ее решения является использование универсальных образов, таких как образы пространства, времени и движения. Сам факт успешной жизнедеятельности человека уже указывает на развитость у него этих образов. В центре нашего внимания будет находиться именно образ пространства, а образы времени и движения будут рассматриваться лишь постольку, поскольку они участвуют в создании образа пространства.

Следуя работе [21], будем различать реальное пространство, концептуальное пространство, т.е. теоретическое представление о реальном пространстве, и, наконец, собственно образ пространства – перцептуальное пространство. Перцептуальное пространство может быть дано человеку и в непосредственном восприятии, и в форме интенциональности.

Человек погружен в пространство, все его моторные акты связаны с освоением пространства, а, значит, и с развитием образа пространства. Еще одной, особой формой связи человека с пространством является зрительное восприятие, тесно связанное с движением, но имеющее свою специфику. Психологами активно разрабатывались оба аспекта восприятия пространства. В дальнейшем мы будем говорить о моторном пространстве и о визуальном пространстве, подчеркивая преимущественное значение моторных или зрительных ощущений в каждом конкретном случае.

Оценивая богатство образного содержания перцептуального пространства (условно разделяемого нами на моторное и визуальное), необходимо отметить, что оно является основой психики вообще. Еще Сеченов определил мысль как рефлекс, заторможенный на двигательной фазе [32]. В дальнейшем он развил эту точку зрения. При



этом «работающая мышца выступила в роли орудия построения пространственно-временной координаты вещей, их сравнения, различия и т.д.».

Дальнейшая разработка этих идей привела к понятию «живого движения» (Н.А. Бернштейн), которое «во многом подобно органу (существующему, как и анатомические органы в координатной системе X, Y, Z и t)» [34]. Для характеристики живого движения Бернштейн использовал термин «биодинамическая ткань». Она служит основой для возникновения «чувственной ткани» (А.Н. Леонтьев). «Чувственная ткань представляет собой строительный материал для формирования образа» [34].

Итак, «ощупывание» пространства через живое движение лежит в основе любого образа и психики вообще. В связи с этим можно упомянуть исследования Ж.Пиаже, посвященные возникновению элементарных логических структур из сенсомоторных актов [20]. Перцептуальное пространство, таким образом, предстает с одной стороны как чрезвычайно богатый содержанием объект, а с другой стороны – как основа психики любого человека.

Весь процесс обучения теснейшим образом связан с развитием пространственных представлений. «Ориентировка ребенка в пространстве (видимом и представляемом) формируется в ходе становления его предметной деятельности в условиях обучения» [37]. Перцептуальное пространство явно или неявно представляет собой и предпосылку обучения, и его итог.

Включение в процесс обучения опоры на образ пространства позволяет использовать наиболее глубокие пласты психики учащегося, связанные с пространственной интуицией. С другой стороны, использование образа пространства позволяет сохранить достаточно высокий теоретический уровень обучения.

Нельзя поставить на интуитивную основу буквально весь процесс обучения, хотя существует точка зрения, выдвинутая в девятнадцатом веке А. Шопенгауэром. Ее подверг критике Ф.Клейн. Шопенгауэр критикует доказательство теоремы Пифагора, данное Евклидом. Оно неприемлемо для него по той простой причине, что «он хочет сразу, так сказать с одного взгляда, интуитивно убеждаться в истинности теоремы: это привело его к теории, согласно которой наряду с логическими дедукциями, исходящими из определенных предпосылок, существует якобы еще другой метод математических доказательств, который выводит математическую истину непосредственно из интуиции» [11].

Образцом для Шопенгауэра послужило доказательство Платона дня частного случая (в общем случае можно было бы сослаться на знаменитое доказательство Бхаскары из трактата «Венец знаний», представляющее собой чертеж с надписью: «Смотри» [5]). Хотя речь у Шопенгауэра ведется о доказательствах, но суть вопроса состоит в способах получения математических знаний.

Тот факт, что «мертвая математика» на протяжении тысячелетий являлась обязательным предметом в европейских учебных заведениях указывает на ее исключительное значение для формирования европейского склада ума.

В этой связи необходимо стремиться к тому, чтобы интуитивные методы получили свое законное место в системе образования, но ради них нельзя разрушать теоретиче-



скую базу математических знаний. Появление новых форм освоения математического знания пока не решает, а только ставит проблему эффективного обучения математике.

Таким образом, нельзя опираться только на перцептуальное пространство и интуитивные методы при построении математического знания, но нельзя строить и концептуальное пространство, минуя опору на образы. Необходимо отправляться от перцептуального пространства и на его базе строить пространство концептуальное, сочетая интуитивные способы познания с освоением теоретических методов.

3. НЕКОТОРЫЕ ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИКИ

Математика возникла в незапамятные времена из практических нужд. По известному определению математика – наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира [3]. Соединение в единый блок количества и формы может вызвать недоумение у человека далекого от математики. Но их слияние в общий предмет для изучения с одной стороны произошло из-за необходимости измерения таких характеристик реальных объектов, как длина, площадь и объем. С другой же стороны любые количества размещены в пространстве, а, значит, причастны и форме.

Так или иначе, единая математическая наука имеет две стороны, которые условно можно назвать алгебраической и геометрической точками зрения. В древнегреческой математике в целом доминировал геометрический подход. Именно в его рамках были выработаны методы доказательства. При этом первые доказательства, восходящие к Фалесу и Пифагору, можно реконструировать именно как манипулирование пространственными образами. Например, можно интерпретировать доказательство теоремы о равнобедренном треугольнике как наложение перевернутого треугольника на свой отпечаток.

Предпочтение, которое греки отдавали геометрической точке зрения, в итоге привело к возникновению геометрической алгебры. Сложение и вычитание связывали не с абстрактными количествами, а с длинами отрезков. Умножение же истолковывалось как получение площади прямоугольника [6]. Несомненно, что такой подход сдерживал развитие алгебры как науки. Однако в простых ситуациях геометрические образы позволяли хорошо усвоить и понять смысл таких, например, формул как формула квадрата суммы. Об этом через два тысячелетия после греков рассказывает в своей «Исповеди» Руссо.

Однако вычисления неизбежно пробивали себе дорогу. Решение в радикалах итальянскими математиками уравнений третьей и четвертой степени привели к бурному росту алгебраической тематики. При этом феномен вычислений проявился и в том, что некоторые алгебраические объекты возникли против желания математиков. Речь, прежде всего, идет о комплексных числах. Таким образом, нельзя отрицать объективной необходимости усиления алгебраической точки зрения. А со времен Декарта вычисления вышли на первое место и в геометрии.



Тем не менее, даже в девятнадцатом веке существовала традиция называть математиков геометрами. При этом в рамках самой геометрии произошел определенный раскол, связанный с выбором методов исследования. Ряд ученых ориентировались на античные идеалы и развивали так называемую синтетическую геометрию, избегающую вычислений.

Однако девятнадцатый век полностью перевернул математику. Синтетическая геометрия стала лишь небольшим фрагментом в лавине великих открытий. Фактически в этом веке были созданы новая алгебра, неевклидова геометрия, математическая логика, теория множеств, топология. Математическое знание предстало как нечто абсолютно новое. В частности, нарушилась убежденность ученых в том, что математика изучает структуры, неразрывно связанные с реальностью. На первое место стали выходить логические аспекты математической теории.

При этом возникла иллюзия, что содержание математики может быть сведено к логике. В дальнейшем это не подтвердилось, но математическое сообщество раскололось, условно говоря, на «интуитивистов» и «логицистов». Это разделение в общем и целом сохранилось до нашего времени, конечно, приобретая новые черты, но полемика между Анри Пуанкаре и Луи Кутюра, состоявшаяся более ста лет назад, хорошо передает суть проблемы [24].

Дело в том, что математическая логика разработала аппарат, который, хотя бы отчасти, заменяет размышления логическими вычислениями. Именно об этом говорит Пуанкаре. Кутюра, возражая ему, так формулирует аргументы противника: «Пуанкаре составил себе совершенно ошибочное представление о логистике, рассматривая ее, как какой-то механизм, откуда совершенно изгнано употребление разума». Далее Кутюра отчасти иронизирует над тем, что Пуанкаре «противопоставляет логическому и доказывающему разуму *надежный инстинкт* изобретателя и *более глубокую геометрию*».

Есть правда и в доводах Пуанкаре, и в доводах Кутюра. Но время показало, алгебраическая линия, к которой следует отнести и логические вычисления, довлеет над современной математикой. В этом можно видеть проявление того процесса, который Герман Вейль описал как борьбу демона алгебры с ангелом геометрии.

Почему речь идет о демоне и ангеле? Дело в том, что вычисления позволяют достигать результатов без проникновения в *глубокую геометрию*, обеспечивающую понимание. Можно, конечно, сказать, что эта борьба – внутреннее дело математиков, их профессиональное проклятие. Но дело в том, что эта борьба выходит за узко профессиональные рамки. Естественно, что профессионалы-математики влияют на образование в целом и на его математическую составляющую в особенности. При этом очень часто это влияние можно оценить в высшей степени негативно. Вторая половина двадцатого века показала, насколько разрушительно изгнание образного мышления.

4. МАТЕМАТИКА И ЕЕ РОЛЬ И МЕСТО В ОБРАЗОВАНИИ

Математика является одним из важнейших феноменов общечеловеческой культуры. Ни для кого не секрет, что «Начала» Евклида столетиями были второй



по важности книгой европейской культуры после Библии. Любая сколько-нибудь развитая цивилизация рассматривала математику как обязательный для изучения предмет, начиная с начальной школы.

Математика до сих пор остается обязательным предметом, но вопрос в том, как ее преподают. Как минимум полвека ломаются мечи в битве за реформирование школьного курса математики. Результаты плачевны. Особую роль в разрушении традиционного математического образования сыграла группа французских математиков, писавших необозримые трактаты под псевдонимом «Никола Бурбаки». С их точки зрения они наводили в математике порядок, чистили авгиевы конюшни. Именно их трактаты якобы дали уверенность в непротиворечивости современной математической теории. С этим можно поспорить, поскольку творческие математики живут в своем ареале понятий, чувствуют их жизнеспособность, и не будут тратить годы на разбор формализованных теорий.

Однако значительно важнее тот факт, что Бурбаки активно повлияли на изменение содержания математического образования во всех звеньях от начальной до высшей школы. На удивление охотно на их идеи отозвались в ведущих странах, лидирующих в сфере математики, в том числе и в СССР. Результатом стало повсеместное внедрение теории множеств, начиная с первого класса, и безудержная формализация математических учебников.

Ж. Дьедонне, один из заметных математиков из группы «Бурбаки» весьма откровенно высказывал свои взгляды в предисловии к книге [8]. Прежде всего, Дьедонне призывает изгнать из школьного курса задачи на построение, вопросы, связанные с изучением свойств геометрических фигур и тригонометрию. Причиной этого является появление «королевского пути». Дьедонне пишет: «Отправляясь от очень простых аксиом – в отличие от сложных аксиом Евклида – Гильберта, – можно при помощи тривиальных вычислений непосредственно и в несколько строчек получить все то, для чего раньше нужно было возводить леса искусственных и сложных систем треугольников, чтобы во чтобы то ни стало свести задачу к священным случаям «равенства» или «подобия» треугольников – к единственной основе всей традиционной техники Евклида».

Из этого следует, что ученый ставит прагматические цели выше целей воспитания и развития личности. Он, впрочем, об этом и понятия не имеет. Евклидова математика – это неэффективная техника. Ее должны заменить тривиальные вычисления. О понимании нет и речи.

Далее Дьедонне перечисляет ряд «псевдонаук», в том числе аналитическую геометрию, проективную геометрию, неевклидову геометрию и теорию комплексных чисел. Если добавить к этому утверждение о необязательности чертежей, то можно сказать, что из математического образования изгоняются образы. Нарращиванию «чувственной ткани» противопоставляются логико-алгебраические вычислительные навыки. И хотя книга Дьедонне написана давно, влияние ее создателя и его соратников только возрастает.



5. НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ОБРАЗНОГО МЫШЛЕНИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

Несомненно, многие математики и педагоги сознательно используют образное мышление для обучения математике. Прекрасным примером является обширная научно-популярная литература, издаваемая, как в СССР, так и в современной России. Авторы данной статьи тоже размышляют над подобными вопросами. Далее формулируется ряд положений и идей, которыми они руководствуются

- Образное мышление является основой любого мышления, в том числе и математического.
- Важной формой образного мышления в математике является геометрическая интуиции.
- Геометрическая интуиция основывается на образе живого движения, которое формируется в процессе жизнедеятельности.
- На основе живого движения формируется чувственная ткань – основа для формирования образов, одним из которых является чувственный образ пространства.
- В ходе математического образования необходимо на основе чувственного образа пространства строить психологическую структуру, для восприятия пространства как концептуального объекта, активно используя и развивая логику, мышление и воображение учащегося.
- Любые математические понятия следует рассматривать как «объект математической реальности». Введение этого термина позволяет детализировать процесс обучения и разделить его на формирование представления об объекте математической реальности как о понятии и как об образе. Только такое разделение позволяет достичь итогового соединения логических аспектов владения объектом и аспектов интуитивного овладения им. Именно этот подход позволяет достигнуть того уровня видения математической реальности, которое называется пониманием [19, 28].
- При обучении математике следует использовать механические и физические понятия, которые напрямую связывают абстрактные структуры с реальными объектами, включенными в образ живого движения [24, 29]. В том числе замена терминов теории множеств образами движения по числовой прямой в математическом анализе.
- Использование компьютерных технологий для визуализации объектов математической реальности, основанное на использовании пластических образов. Например, график функции может рассматриваться как эластичный стержень, все точки которого подняты на заданную высоту [18, 27].
- Широкое использование пропедевтики актуальных математических понятий на основе образного мышления. Работа авторов в этом направлении привела к написанию статей [14, 15, 16].

Опора на образное мышление – это попытка превратить математику в сферу гуманитарных интересов. В этой связи закончим статью цитатой из [35]: «Но немало протечет



воды в Рейне, пока школа, наконец, обнаружит, что математика может быть гуманитарной наукой и что ученики могут также хорошо понимать Эйлера, как Платона и Гете».

Литература

1. Адамар Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики. М., 1970.
2. Бойков А.И., Бойкова И.В. О единстве методологической основы чаньских боевых искусств и живописи. Сб. науч. тр. Буддизм и культурно-психологические традиции народов Востока. Новосибирск, 1990.
3. Большая Советская Энциклопедия. М., 1954. т.26.
4. Васильюк Ф.Е. Психология переживания. М., 1984.
5. Володарский А.И. Очерки истории средневековой индийской математики. М., 1977.
6. Волошинов А.В. Пифагор. М., 1993.
7. Давыдов В.В. Виды обобщения в обучении. М., 1972.
8. Дьедонне Ж. Линейная алгебра и элементарная геометрия. М., 1972.
9. Чалмерс Д. Сознательный ум: В поисках фундаментальной теории. М., 2015.
10. Завадская Е.В. Беседы о живописи Ши-Тао. М., 1978.
11. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей: Геометрия. М., 1987.
12. Короленко Ц.П., Фролова С.В. Чудо воображения. Новосибирск, 1975.
13. Краткий психологический словарь. М., 1985.
14. Куланин Е.Д., Степанов М.Е., Нуркаева И.М. Пропедевтика решения экстремальных задач в школьном курсе математики. // Моделирование и анализ данных. – 2019. – № 4.
15. Куланин Е.Д., Нуркаева И.М. О двух геометрических задачах на экстремум // Математика в школе. М. – 2019. – № 4. – С. 39–44.
16. Куланин Е.Д., Нуркаева И.М. Еще раз о задаче Мавло. // Математика в школе. – 2020. – № 2. – С. 76–79.
17. Нуркаева И.М. Методика организации самостоятельной работы учащихся с компьютерными программами на занятиях по физике. Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук, М., 1999.
18. Нуркаева И.М. Особенности обучения программированию незрячих студентов МГППУ. // Моделирование и анализ данных. – 2004. – № 4.
19. Нуркаева И.М. Информационная система для учебно-методической поддержки дисциплины «Численные методы линейной алгебры» // Моделирование и анализ данных. – 2020. – № 1. – С. 176–188.
20. Пиаже Ж., Инельдер В. Генезис элементарных логических структур. М., 1963.
21. Потемкин В.К., Симанов А.Л. Пространство в структуре мира. Новосибирск, 1990.
22. Поэзия и проза древнего Востока. М., 1973.
23. Психология эмоций. Тексты. / Под ред. В.К. Вилюнаса, Ю.Б. Гиппенрейтер. М., 1984.
24. Пуанкаре А., Кутюра Л. Математика и логика. М., 2010.
25. Смирнов С.Д. Психология образа: Проблема активности психического отражения. М., 1988.
26. Современная западная философия. Словарь. М., 1991.
27. Степанов М.Е. Компьютерные технологии как средство приобщения учащегося к математической реальности. // Моделирование и анализ данных. – 2018. – № 1.
28. Степанов М.Е. Некоторые вопросы методики преподавания высшей математики. // Моделирование и анализ данных. – 2017. – № 1.
29. Степанов М.Е. Образ силового поля как эвристическая модель в математике. // Моделирование и анализ данных. Труды факультета информационных технологий МГППУ. – 2007. – Вып. 3.



30. *Степанов М.Е.* Особенности применения компьютерной технологии для изучения функций в средней школе. Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук, М., 1994.
31. *Теплов Б.М.* Избранные труды. т.1., М., 1988.
32. *Учение А.А. Ухтомского о доминанте и современная нейробиология.* Сб. науч. тр. Л., 1990.
33. *Фоллесдаль Д.* Понятие нозмы в феноменологии Гуссерля. Сб. науч. тр. Методологический анализ оснований математики. М., 1988.
34. *Давыдов В.В., Зинченко В.П.* Принцип развития в психологии. Сб. науч. тр. Диалектика в науках о природе и человеке. М., 1983. Вып.2.
35. *Шпайзер А.* Предисловие к первому тому Леонарда Эйлера: Введение в анализ бесконечных. М., 1961.
36. *Язык.* Философский энциклопедический словарь. М., 1989.
37. *Якиманская И.С.* Развитие пространственного мышления школьников. М., 1980.



The Role of Imaginative Thinking in Scientific Thinking

Yevgeny D. Kulanin*

Moscow state University of
Psychology & Education, Moscow, Russia
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>
e-mail: lucas03@mail.ru

Mikhail E. Stepanov**

Moscow state University of
Psychology & Education, Moscow, Russia
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4803-8211>
e-mail: mestepanov@yandex.ru

Irina M. Nurkaeva***

Moscow state University of
Psychology & Education, Moscow, Russia
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1949-6734>
e-mail: nurkaevaim@yandex.ru

The article discusses the role of creative thinking in scientific thinking and in particular in the teaching of mathematics in higher educational institutions. From this point of view, the relationship between abstract analytical and visual geometric methods in mathematics is highlighted, and it is concluded that the latter form the basis for the application of creative thinking in mathematics.

Keywords: learning, mathematics, logic, image, imagination, abstract thinking, visual thinking.

For citation:

Kulanin Y.D., Stepanov M.E., Nurkaeva I.M. The Role of Imaginative Thinking in Scientific Thinking. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2020. Vol. 10, no. 2, pp. 110–128. DOI:10.17759/mda.2020100209 (In Russ., abstr. in Engl.).

****Yevgeny D. Kulanin***, candidate of physical and mathematical Sciences, Professor, Moscow state University of Psychology & Education, Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>, e-mail: lucas03@mail.ru

*****Mikhail E. Stepanov***, candidate of pedagogical Sciences, associate Professor, Moscow state University of Psychology & Education, Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4803-8211>, e-mail: mestepanov@yandex.ru

******Irina M. Nurkaeva***, candidate of pedagogical Sciences, associate Professor, Moscow state University of Psychology & Education, Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1949-6734>, e-mail: nurkaevaim@yandex.ru



References

1. Hadamard Zh. Research on the psychology of the invention process in the field of mathematics, Moscow, 1970.
2. Boikov A.I., Boikova I.V. on the unity of the methodological basis of Chan martial arts and painting. Sat. nauch. Tr. Buddhism and cultural and psychological traditions of the peoples of the East. Novosibirsk, 1990.
3. Bolshaya Sovetskaya enciklopediya, Moscow, 1954, vol. 26.
4. Vasilyuk F.E. Psychology of experience. Moscow, 1984.
5. Volodarsky A.I. Essays on the history of medieval Indian mathematics, Moscow, 1977.
6. Voloshinov A.V. Pythagoras, Moscow, 1993.
7. Davydov V.V. Types of generalization in training. Moscow, 1972.
8. Dieudonne J. Linear algebra and elementary geometry. M., 1972.
9. Chalmers D. the Conscious mind: in search of a fundamental theory, Moscow, 2015.
10. Zavadskaya E.V. Conversations about Shih-Tao painting, Moscow, 1978.
11. Klein F. Elementary mathematics from the higher point of view: Geometry, Moscow, 1987.
12. Korolenko Ts. P., Frolova S.V. the Miracle of imagination. Novosibirsk, 1975.
13. Short psychological dictionary, Moscow, 1985.
14. Kulanin E.D., Stepanov M.E., Nurkaeva I.M. Propaedeutics of solving extreme problems in the school course of mathematics. *Modeling and data analysis*. – 2019. – No. 4.
15. Kulanin E.D., Nurkaeva I.M. On two geometric problems on the extremum. *Mathematics at school*. M.-2019. – No. 4. – P. 39–44.
16. Kulanin E.D., Nurkaeva I.M. Once again about the Mavlo problem. *Mathematics at school*. – 2020. – № 2. – Pp. 76–79.
17. Nurkaeva I.M. Methods of organizing independent work of students with computer programs in physics classes. Dissertation for the degree of candidate of pedagogical Sciences, Moscow, 1999.
18. Nurkaeva I.M. Features of teaching programming to blind students of MSPPU. *Modeling and data analysis*. – 2004. – no. 4.
19. Nurkaeva I.M. Information system for educational and methodological support of the discipline “Numerical methods of linear algebra”. *Modeling and data analysis*. – 2020. – no. 1. – Pp. 176–188.
20. Piaget J., Inhelder V. Genesis of elementary logical structures. Moscow, 1963.
21. Potemkin V.K., Simanov A.L. Space in the structure of the world. Novosibirsk, 1990.
22. Poetry and prose of the ancient East, Moscow, 1973.
23. Psychology of emotions. Texts. Edited by V.K. Vilyunas, Yu. b. Gippenreiter. M., 1984.
24. Poincare A., couture L. Mathematics and logic. Moscow, 2010.
25. Smirnov S.D. Psychology of the image: the Problem of activity of mental reflection. Moscow, 1988.
26. Modern Western philosophy. Dictionary, Moscow, 1991.
27. Stepanov M.E. Computer technologies as a means of introducing students to mathematical reality. // *Modeling and data analysis*. – 2018. – No. 1.
28. Stepanov M.E. Some questions of methods of teaching higher mathematics. *Modeling and data analysis*. – 2017. – No. 1.
29. Stepanov M.E. The image of a force field as a heuristic model in mathematics. *Data modeling and analysis*. Proceedings of the faculty of information technologies of msppu. – 2007. – Issue 3.
30. Stepanov M.E. Features of using computer technology to study functions in high school. Dissertation for the degree of candidate of pedagogical Sciences, Moscow, 1994.
31. Teplov B.M. Selected works. vol. 1., Moscow, 1988.
32. A.A. Ukhtomsky’s Doctrine of the dominant and modern neurobiology. Sat. nauch. Tr. L., 1990.



33. Follesdal D. the Concept of noema in the phenomenology of Husserl. SB. nauch. Tr. Methodological analysis of the foundations of mathematics. M., 1988.
34. Davydov V.V., Zinchenko V.P. the Principle of development in psychology. Sat. nauch. Tr. Dialectics in the Sciences of nature and man. M., 1983. Issue 2.
35. Speizer A. Preface to the first volume of Leonhard Euler: Introduction to the analysis of infinitesimals, Moscow, 1961.
36. Language. Philosophical encyclopedia, Moscow, 1989.
37. Yakimanskaya I.S. Development of spatial thinking of schoolchildren. Moscow, 1980.