УДК 330.44

АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА ПРИ НЕЧЕТКОЙ ИНФОРМАЦИИ О КОНЕЧНОМ СПРОСЕ

А.В Пантелеев, В.С. Савельева

В статье рассматривается формирование и исследование математической модели межотраслевого баланса при наличии четкой информации о матрице прямых затрат и нечеткой информации о конечном спросе. Данная задача является нечетким аналогом математической модели многоотраслевой экономики В.В. Леонтьева, которая основана на алгебре матриц и использует аппарат матричного анализа, в частности, решение линейных систем алгебраических уравнений. Под решением задачи с нечеткой информацией понимается решение линейной системы уравнений с нечеткой правой частью, описываемой с помощью нечетких треугольных чисел в параметрической форме. Описана программная реализация численного метода поиска сильного решения системы линейных уравнений с нечеткой правой частью, состоящая из двух последовательных этапов. На первом этапе проверяются необходимые и достаточные условия существования сильного решения. На втором этапе находится решение системы, которое записывается в виде нечеткой матрицы. Проведено исследование влияния разброса параметров нечетких чисел на итоговый результат.

The article discusses the study of a mathematical model of inter-sectoral balance in the presence of crisp information about the matrix of direct costs and fuzzy information about the final demand. This task is a fuzzy analog of the W.W. Leontiev mathematical model of a multi-branch economy, which is based on matrix algebra and uses the apparatus of matrix analysis, in particular, the solution of linear systems of algebraic equations. By solving a problem with fuzzy information we mean the solution of a linear system of equations with a fuzzy right-hand side, de-scribed using fuzzy triangular numbers in a parametric form. A software implementation of a numerical method for finding a strong solution of a system of linear equations with a fuzzy right-hand side consisting of two successive stages is de-scribed. At the first stage, the necessary and sufficient conditions for the existence of a strong solution are verified. At the second stage, the solution of the system is found, which is written in the form of a fuzzy matrix. The influence of the variation of parameters of fuzzy numbers on the final result was studied.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Нечеткая логика, треугольные числа, линейная система уравнений с нечеткой правой частью, сильное решение, параметрическая форма треугольного числа.

ДЛЯ ЦИТАТЫ

А.В. Пантелеев, В.С. Савельева. Алгоритмическое и программное обеспечение исследования математической модели межотраслевого баланса при нечеткой информации о конечном спросе // Моделирование и анализ данных. 2019. №3. С. 11-23.

A.V. Panteleev, V.S. Saveleva Algorithmic support and software for analysis of input-output mathematical model with fuzzy information about the final demand. Modelirovaniye i analiz dannykh=Modelling and data analysis *(Russia)*. 2019, no.3, pp.11-23.

ВВЕДЕНИЕ

В процессе функционирования многоотраслевой экономики каждая отрасль выступает, с одной стороны, производителем некоторой продукции, а с другой стороны, потребителем продукции, произведенной другими отраслями. При этом возникает проблема нахождения объема производства каждой из отраслей, достаточного для удовлетворения потребностей во всех отраслях. Для ее решения известным экономистом В.В. Леонтьевым была предложена математическая модель межотраслевого баланса, сводящая проблему к решению системы линейных алгебраических уравнений [1]. При этом считается, что все параметры модели известны точно. Однако в практике экономических расчетов обычно имеется неопределенность параметров, описываемая интервалами возможных значений. Кроме того, численному значению из интервала может быть поставлена в соответствие степень уверенности, которая в теории нечетких множеств задается так называемыми функциями принадлежности [2–4]. Одним из возможных типов функций принадлежности являются треугольные, которые задают треугольные числа.

Предлагается сформировать нечеткий аналог математической модели В.В. Леонтьева, в которой координаты вектора конечного спроса задаются треугольными числами. При этом система линейных уравнений межотраслевого баланса трактуется как нечеткая, решение которой ищется в классе треугольных нечетких чисел [2]. Различные методы решения таких систем предложены в [3, 4]. Авторами предложена более удобная форма записи и алгоритм решения нечеткой системы уравнений, который реализован в виде программного обеспечения, эффективность которого продемонстрирована в ходе анализа нечеткой модели.

1. ЗАДАЧИ ОПИСАНИЯ И АНАЛИЗА МОДЕЛИ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА ПРИ НАЛИЧИИ ЧЕТКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Рассмотрим классическую задачу анализа взаимосвязи между различными секторами экономики, производящими товары и услуги [1]. В качестве единицы измерения объемов товаров и услуг каждого сектора выберем их стоимость. Произведенная каждой конкретной отраслью продукция разделяется на две части: промежуточную продукцию, которая продается отрасли-покупателю, использующей ее в дальнейшем для производства других видов продукции; конечную продукцию, которая продается покупателю, не использующему ее в сфере производства. В соответствии с этим делением спрос также подразделяется на промежуточный и конечный. Конечный спрос определяется личным потреблением, экспортом и т.д. Он оценивается в результате исследования рынка. Конечный спрос определяет объем конечной продукции во всех секторах.

Требуется найти, сколько продукции следует произвести в каждом секторе экономики, чтобы удовлетворить конечный спрос.

Введем обозначения: n – количество секторов экономики; x_i – объем выпуска продукции i-го сектора; b_{ij} – объем товаров и услуг i-го сектора, потребляемых в j-м секторе; f_i – объем конечной продукции i-го сектора.

Составим уравнение межотраслевого баланса – равенство объема выпуска каждого сектора суммарному объему его продукции, потребляемой другими секторами производства, и конечной продукции: $x_i = \sum_{j=1}^{n} b_{ij} + f_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Обозначая $a_{ij} = \frac{b_{ij}}{x_j}$ – объем продукции i-го сектора, который расходуется при производстве одной единицы продукции j-го сектора, перепишем уравнение в виде

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + f_i, \qquad i = 1, 2, ..., n, \tag{1}$$

где коэффициенты a_{ij}, $i = 1, ..., n$; $j = 1, ..., n$ называются коэффициентами прямых затрат. Уравнение (1) описывает потоки товаров и услуг между секторами экономики в течение фиксированного промежутка времени, например, в течение года. Перепишем (1) в матричной форме. Для этого обозначим:

$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ – матрица-столбец объемов выпуска;

$f = \begin{pmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix}$ – матрица-столбец конечного спроса (конечной продукции);

$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$ – структурная матрица экономики (матрица прямых затрат).

Используя эти обозначения, перепишем (1) в виде

$$x = Ax + f, \quad \text{или} \quad (E - A)x = f. \tag{2}$$

Требуется определить, каким должен быть объем выпуска продукции в каждом секторе экономики, чтобы удовлетворить потребности общества. Другими словами, требуется найти решение x системы уравнений (2) при заданной матрице A прямых затрат и заданному столбцу f конечного спроса. Учитывая экономический смысл, допустимым считается решение x, все элементы которого неотрицательные. Для этого достаточно выполнения следующего условия: сумма элементов столбцов матрицы A не превышает единицы и хотя бы одна из этих сумм меньше единицы.

2. ЗАДАЧА ОПИСАНИЯ И АНАЛИЗА МОДЕЛИ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА С НЕЧЕТКОЙ ИНФОРМАЦИЕЙ О КОНЕЧНОМ СПРОСЕ

На практике при задании конечного спроса информация может быть размытой, т.е. представляться некоторым отрезком возможных значений. Более того, возможен случай, когда задается четкое значение и границы отрицательного и положительного изменений относительно четкого значения. В этом случае можно описать элементы вектора конечного спроса с помощью нечетких чисел и операций над ними, в частности треугольных чисел. Приведем основные определения, которые будут использоваться при составлении математической модели.

1. Треугольное нечеткое число $\tilde{u} = (a, c, d)$ задается функцией принадлежности [2] (рис.1):

$$\mu(x)=\begin{cases}\dfrac{x-a}{c-a}, & a\le x\le c,\\ \dfrac{x-d}{c-d}, & c\le x\le d,\end{cases} \tag{3}$$

где $c\ne a, c\ne d$. Число c часто называется четким значением нечеткого числа, числа a и d характеризуют степень размытости.

В параметрической форме треугольные числа задаются парами $(\underline{u}(r),\overline{u}(r))$, где $\underline{u}(r)\le\overline{u}(r), 0\le r\le 1$:

$$\underline{u}(r)=a+(c-a)r,\quad \overline{u}(r)=d+(c-d)r. \tag{4}$$

При $r=0$ $\underline{u}(0)=a, \overline{u}(0)=d$, а при $r=1$ $\underline{u}(1)=c=\overline{u}(1)$. Четкое число c представляется парой (c,c), так как $\underline{u}(r)=c, \overline{u}(r)=c$.

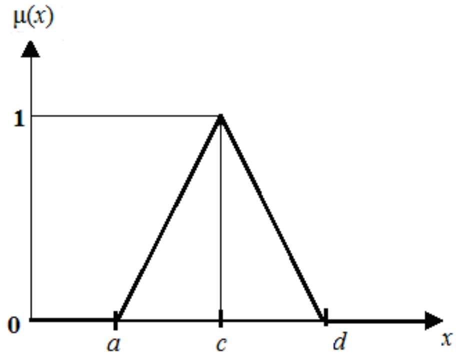

Рис. 1. Представление треугольного нечеткого числа при помощи функции принадлежности

2. Два нечетких числа $\tilde{u},\tilde{v}$ равны тогда и только тогда, когда

$$\underline{u}(r)=\underline{v}(r), \overline{u}(r)=\overline{v}(r)\ \forall r\in[0,1].$$

3. Суммой двух нечетких чисел $\tilde{u},\tilde{v}$ называется число

$$\tilde{u}+\tilde{v}=(\underline{(u+v)}(r),\overline{(u+v)}(r))=(\underline{u}(r)+\underline{v}(r),\overline{u}(r)+\overline{v}(r)).$$

4. Произведением нечеткого числа $\tilde{u}$ на действительное число k называется

$$k\tilde{u}=\begin{cases}(k\underline{u}(r),k\overline{u}(r)), \text{если } k>0,\\ (k\overline{u}(r),k\underline{u}(r)), \text{если } k<0.\end{cases}$$

5. Система

$$A\tilde{x}=\tilde{b} \tag{5}$$

называется нечеткой системой линейных уравнений, если элементы квадратной матрицы $A=(a_{ij})$ порядка n заданы четкими числами, а элементы матрицы-столбца $\tilde{b}=(\tilde{b}_i)$ размера $n\times 1$ заданы нечеткими числами.

6. Вектор $\tilde{x}=(\tilde{x}_1,...,\tilde{x}_n)^T$, элементами которого являются нечеткие числа, называется решением системы уравнений $A\tilde{x}=\tilde{b}$, если нечеткие числа $\tilde{x}_1,....,\tilde{x}_n$ удовлетворяют ей в смысле определений 2-5.

Следуя [3], используем обозначения

$$\boldsymbol{x}(r)=(\underline{x}_1(r),...,\underline{x}_n(r),-\overline{x}_1(r),...,-\overline{x}_n(r))^T,\boldsymbol{b}(r)=(\underline{b}_1(r),...,\underline{b}_n(r),-\overline{b}_1(r),...,-\overline{b}_n(r))^T,$$

$$S=(s_{ij})=\begin{cases} s_{ij}=a_{ij}, s_{i+n,j+n}=a_{ij}, \text{если } a_{ij}\ge 0,\\ s_{i,j+n}=-a_{ij}, s_{i+n,j}=-a_{ij}, \text{если } a_{ij}<0,\\ s_{ij}=0, \quad \text{в остальных случаях}\end{cases}$$

и рассмотрим систему линейных уравнений

$$S\boldsymbol{x}(r)=\boldsymbol{b}(r),\ r\in[0,1] \tag{6}$$

где в матрице $S=\begin{pmatrix} B & C\\ C & B\end{pmatrix}$ все элементы $s_{ij}\ge 0$, матрица B содержит положительные элементы матрицы A, матрица C содержит абсолютные значения отрицательных элементов, причем $A=B-C$.

Заметим, что даже если матрица A невырожденная, матрица S может быть вырожденной. Согласно [3] матрица S является невырожденной тогда и только тогда, когда матрицы A и $B+C$ обе невырожденные. Как показывают примеры [4], решение четкой линейной системы $S\boldsymbol{x}(r)=\boldsymbol{b}(r)$, $r\in[0,1]$, может не определять нечеткое решение системы $A\tilde{x}=\tilde{b}$ (условие $\underline{x}_i(r)\le\overline{x}_i(r)$ может не выполниться для некоторого номера i) даже если матрица S является невырожденной.

Решение $\boldsymbol{x}(r)=(\underline{x}_1(r),...,\underline{x}_n(r),-\overline{x}_1(r),...,-\overline{x}_n(r))^T$ системы $S\boldsymbol{x}(r)=\boldsymbol{b}(r)$, $r\in[0,1]$, называется сильным, если $\underline{x}_i(r)\le\overline{x}_i(r)\ \forall i=1,...,n$. В противном случае решение называется слабым (с точки зрения практических приложений оно в дальнейшем нас интересовать не будет).

В [4] доказаны необходимые и достаточные условия существования сильного решения: система $A\tilde{x}=\tilde{b}$ имеет единственное сильное решение тогда и только тогда, когда матрицы A и $B+C$ обе невырожденные и справедливо $(B+C)^{-1}[\underline{b}(r)-\overline{b}(r)]\le 0\ \forall r\in[0,1]$, где $\underline{b}(r)=(\underline{b}_1(r),...,\underline{b}_n(r))^T$, $\overline{b}(r)=(\overline{b}_1(r),....,\overline{b}_n(r))^T$.

Замечание

Систему (6) можно записать в форме

$$\begin{pmatrix} B & C\\ C & B\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\underline{x}(r)\\ -\overline{x}(r)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\underline{b}(r)\\ -\overline{b}(r)\end{pmatrix}, \text{ или } \quad \begin{aligned} &B\underline{x}(r)-C\,\overline{x}(r)=\underline{b}(r),\\ &C\underline{x}(r)-B\overline{x}(r)=-\overline{b}(r).\end{aligned}$$

Положим $B=P$ – матрица, образуемая положительными элементами матрицы A и нулевыми элементами, стоящими на месте неположительных элементов матрицы A; $N=-C$ – матрица, образуемая отрицательными элементами матрицы A и нулевыми элементами, стоящими на месте неотрицательных элементов матрицы A, при этом $A=P+N$.

Тогда

$$\begin{matrix} P\underline{x}(r) + N\overline{x}(r) = \underline{b}(r), \\ -N\underline{x}(r) - P\overline{x}(r) = -\overline{b}(r), \end{matrix} \quad \text{или} \quad \begin{matrix} P\underline{x}(r) + N\overline{x}(r) = \underline{b}(r), \\ N\underline{x}(r) + P\overline{x}(r) = \overline{b}(r), \end{matrix} \quad \text{или} \quad \begin{pmatrix} P & N \\ N & P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{x}(r) \\ \overline{x}(r) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{b}(r) \\ \overline{b}(r) \end{pmatrix}.$$

С учетом введенных обозначений сформируем алгоритм решения.

3. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ

1. Задать квадратную матрицу A порядка n с четкими элементами и матрицу-столбец $\tilde{b} = (\tilde{b}_i)$ размера $n \times 1$ с нечеткими треугольными числами вида $\tilde{b}_i = (a_i, c_i, d_i)$, или в параметрической форме:

$$\underline{b}_i(r) = a_i + (c_i - a_i)r, \;\; \overline{b}_i(r) = d_i + (c_i - d_i)r \, , \; r \in [0,1] .$$

2. Составить матрицы

$$Q = \begin{pmatrix} P & N \\ N & P \end{pmatrix} \text{ и } \boldsymbol{b}(r) = (\underline{b}(r), \overline{b}(r))^T = (\underline{b}_1(r),\ldots,\underline{b}_n(r),\overline{b}_1(r),\ldots,\overline{b}_n(r))^T .$$

Проверить выполнение необходимых и достаточных условий существования сильного решения: матрицы A и $P - N$ обе невырожденные и справедливо

$$(P-N)^{-1}[\underline{b}(r) - \overline{b}(r)] \le 0 \;\; \forall r \in [0,1],$$

где $\underline{b}(r) = (\underline{b}_1(r),\ldots,\underline{b}_n(r))^T$, $\overline{b}(r) = (\overline{b}_1(r),\ldots.,\overline{b}_n(r))^T$.

3. Найти решение $\boldsymbol{x}(r) = (\underline{x}(r), \overline{x}(r))^T = (\underline{x}_1(r),\ldots,\underline{x}_n(r),\overline{x}_1(r),\ldots,\overline{x}_n(r))^T$ системы

$$\begin{pmatrix} P & N \\ N & P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{x}(r) \\ \overline{x}(r) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{b}(r) \\ \overline{b}(r) \end{pmatrix}, \text{ или } Q\boldsymbol{x}(r) = \boldsymbol{b}(r) . \tag{7}$$

Записать ответ в виде $\tilde{x} = (\underline{x}(r), \overline{x}(r))^T$, $r \in [0,1]$ или $\tilde{x} = (x_a, x_c, x_d)$.

4. ПРИМЕР АНАЛИЗА МОДЕЛИ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА С НЕЧЕТКОЙ ИНФОРМАЦИЕЙ О КОНЕЧНОМ СПРОСЕ

Рассмотрим задачу межотраслевого баланса, в которой требуется решить уравнение

$$\left(E - A\right)\tilde{x} = \tilde{f} \, ,$$

которое является нечетким аналогом уравнения $\left(E - A\right)x = f$, где заданы матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,2 & 0,1 \\ 0,3 & 0,1 & 0,4 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 21 \\ 110 \\ 130 \end{pmatrix}.$$

Поскольку матрицей системы является $E - A$, а правой частью $\tilde{f}$, то в приведенном алгоритме матрица A заменяется на

$$E-A=\begin{pmatrix} 0,7 & -0,1 & -0,1 \\ -0,2 & 0,8 & -0,1 \\ -0,3 & -0,1 & 0,6 \end{pmatrix}, \text{ а } \tilde{b} \text{ на } \tilde{f}.$$

Тогда

$$P=\begin{pmatrix} 0,7 & 0 & 0 \\ 0 & 0,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0,6 \end{pmatrix},\ N=\begin{pmatrix} 0 & -0,1 & -0,1 \\ -0,2 & 0 & -0,1 \\ -0,3 & -0,1 & 0 \end{pmatrix},\ D=P-N=\begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,8 & 0,1 \\ 0,3 & 0,1 & 0,6 \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим несколько типовых примеров.

Пусть конечный спрос изменяется следующим образом:

1. Неопределенность спроса составляет $\tilde{f}^1=\begin{pmatrix} 19,21,23 \\ 104,5;110;115,5 \\ 123,5;130;136,5 \end{pmatrix}$. Дальнейшие вычисления выполнены в программе MathCad, результаты приведены на рис. 2.

$$AA := \begin{pmatrix} 0.7 & -0.1 & -0.1 \\ -0.2 & 0.8 & -0.1 \\ -0.3 & -0.1 & 0.6 \end{pmatrix} \quad Q := \begin{pmatrix} 0.7 & 0 & 0 & 0 & -0.1 & -0.1 \\ 0 & 0.8 & 0 & -0.2 & 0 & -0.1 \\ 0 & 0 & 0.6 & -0.3 & -0.1 & 0 \\ 0 & -0.1 & -0.1 & 0.7 & 0 & 0 \\ -0.2 & 0 & -0.1 & 0 & 0.8 & 0 \\ -0.3 & -0.1 & 0 & 0 & 0 & 0.6 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 19+2r \\ 104.5+5.5\cdot r \\ 123.5+6.5\cdot r \\ 23-2r \\ 115.5-5.5\cdot r \\ 136.5-6.5\cdot r \end{pmatrix}$$

Проверка условий существования сильного решения

1 $|AA| = 0.288$ 2

$$D := \begin{pmatrix} 0.7 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.8 & 0.1 \\ 0.3 & 0.1 & 0.6 \end{pmatrix} \quad bleft := \begin{pmatrix} 19+2r \\ 104.5+5.5\cdot r \\ 123.5+6.5\cdot r \end{pmatrix} \quad bright := \begin{pmatrix} 23-2r \\ 115.5-5.5\cdot r \\ 136.5-6.5\cdot r \end{pmatrix}$$

$$D^{-1}\cdot(bleft-bright) \rightarrow \begin{pmatrix} 1.4093959731543624161\cdot r - 1.4093959731543624161 \\ 11.006711409395973154\cdot r - 11.006711409395973154 \\ 19.127516778523489933\cdot r - 19.127516778523489933 \end{pmatrix}$$

Решение

$$Q^{-1}\cdot b \rightarrow \begin{pmatrix} 0.70469798657718120805\cdot r + 100.92724645786726324 \\ 5.5033557046979865772\cdot r + 195.01747762863534676 \\ 9.5637583892617449664\cdot r + 291.33901938851603281 \\ -0.70469798657718120805\cdot r + 102.33664243102162565 \\ -5.5033557046979865772\cdot r + 206.02418903803131991 \\ -9.5637583892617449664\cdot r + 310.46653616703952274 \end{pmatrix}$$

Рис. 2. Решение примера 1 в среде MathCad

Округляя полученное решение до двух знаков после запятой, имеем

$$x^1(r)=\begin{pmatrix}100.93+0.70r\\195.02+5.50r\\291.34+9.56r\\102.34-0.70r\\206.02-5.50r\\310.47-9.56r\end{pmatrix} \quad \text{или} \quad \begin{array}{l} x_1(r)=(100.93+0.70r, 102.34-0.70r),\\ x_2(r)=(195.02+5.50r, 206.02-5.50r),\\ x_2(r)=(291.34+9.56r, 310.47-9.56r).\end{array}$$

При $r=0$ и $r=1$ находим решение в форме (3): $\tilde{x}^1=\begin{pmatrix}100.93,101.63,102.34\\195.02,200.52,206.02\\291.34,300.90,310.47\end{pmatrix}$.

Вычисления здесь и далее проверены в программе, реализованной в среде VisualStudio на языке C#. (рис. 3). В ней находится решение системы (6).

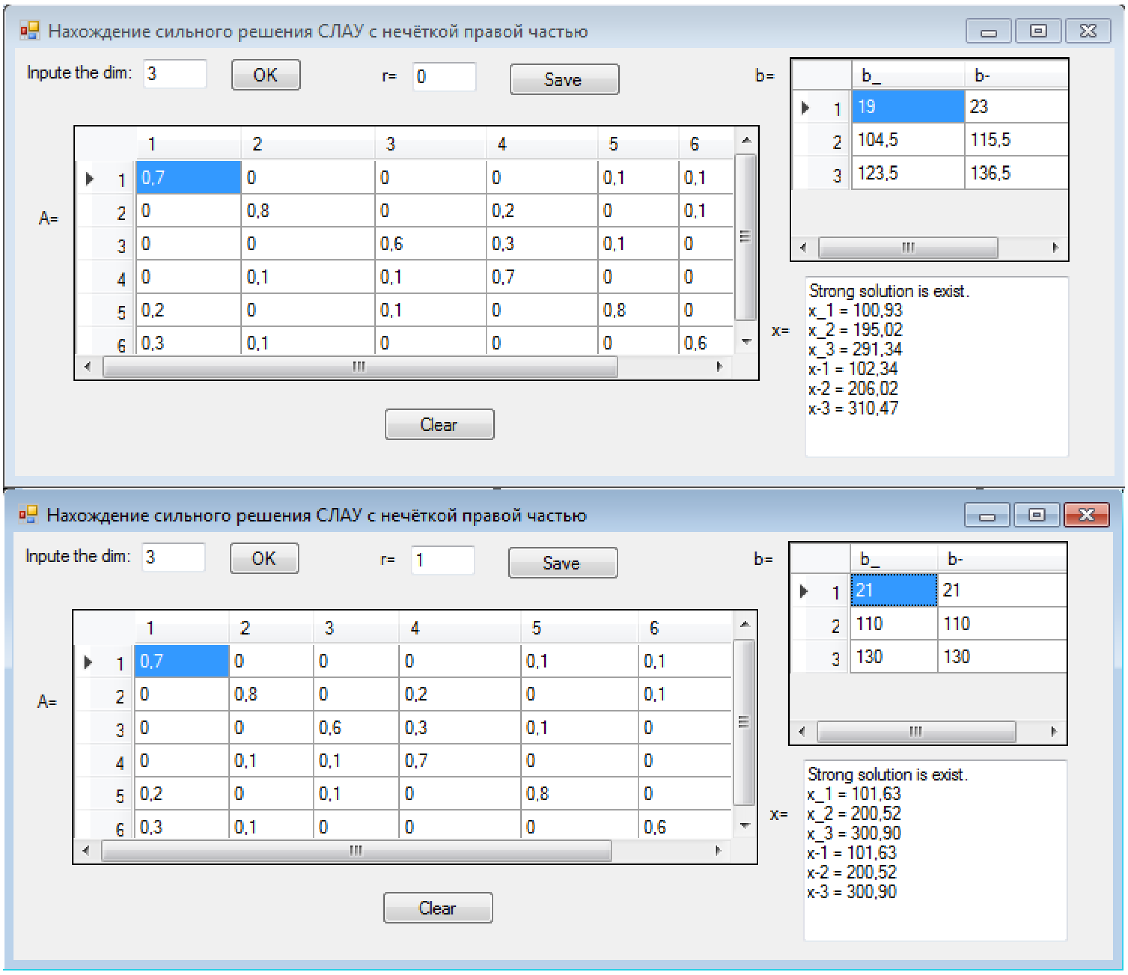

Рис.3. Результаты расчетов в примере 1

2. Увеличим неопределенность спроса в первой отрасли в 2 раза:

$$\tilde{f}^{\,2} = \begin{pmatrix} 17,21,25 \\ 104,5;110;115,5 \\ 123,5;130;136,5 \end{pmatrix}.$$

Тогда решение имеет вид

$$\tilde{x}^2 = \begin{pmatrix} 97.77,101.63,105.49 \\ 195.62,200.52,205.42 \\ 292.82,300.91,308.99 \end{pmatrix}.$$

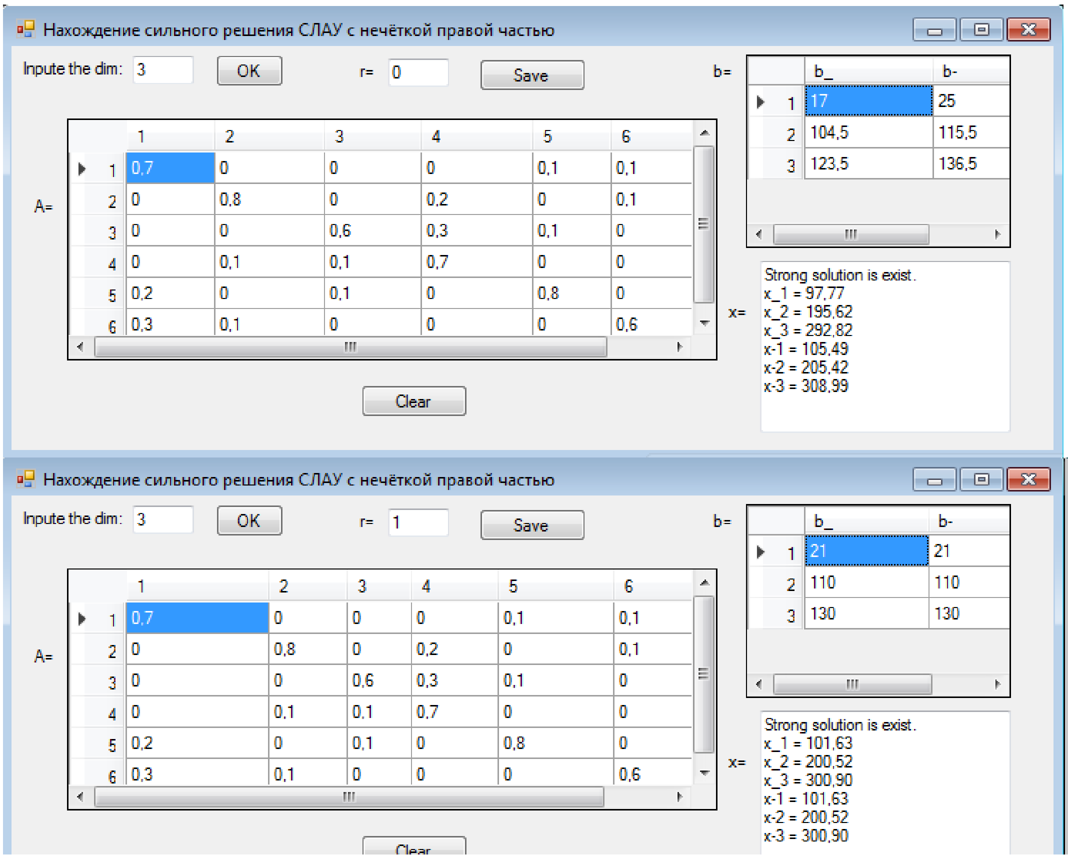

Рис.4. Результаты расчетов в примере 2

3. Увеличим неопределенность спроса еще и во второй отрасли в 2 раза:

$$\tilde{f}^{\,3} = \begin{pmatrix} 17,21,25 \\ 99,110,121 \\ 123.5,130,136.5 \end{pmatrix}.$$

Тогда решение имеет вид

$$\tilde{x}^3 = \begin{pmatrix} 98.70,101.63,104.57 \\ 188.42,200.52,212.62 \\ 293.55,300.91,308.25 \end{pmatrix}.$$

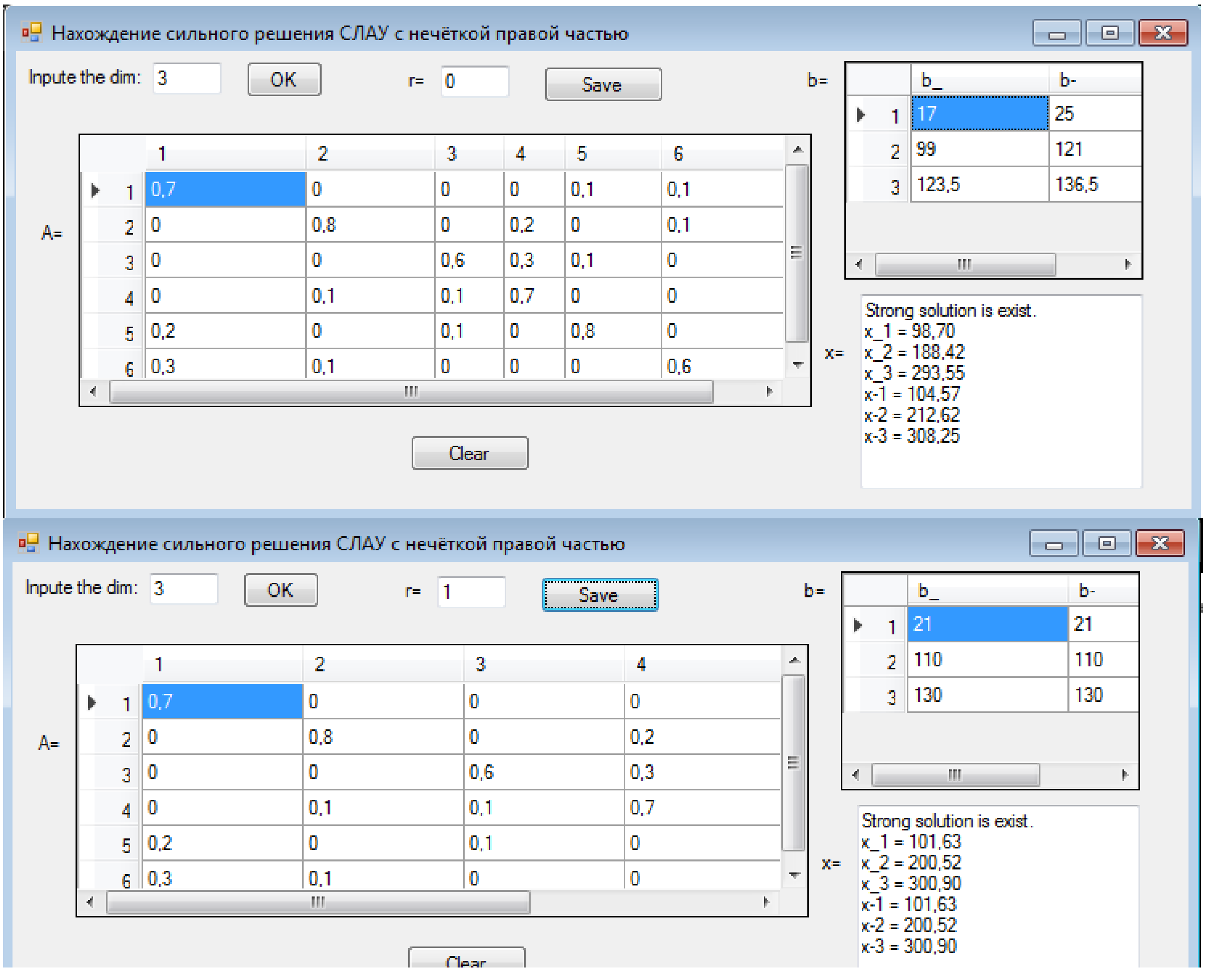

Рис. 5. Результаты расчетов в примере 3

4. Увеличим неопределенность спроса в третьей отрасли в 2 раза:

$$\tilde{f}^{4} = \begin{pmatrix} 17,21,25 \\ 99,110,121 \\ 117,130,143 \end{pmatrix}.$$

Тогда решение имеет вид

$$\tilde{x}^{4} = \begin{pmatrix} 100.22,101.63,103.04 \\ 189.51,200.52,211.52 \\ 281.77,300.91,320.03 \end{pmatrix}.$$

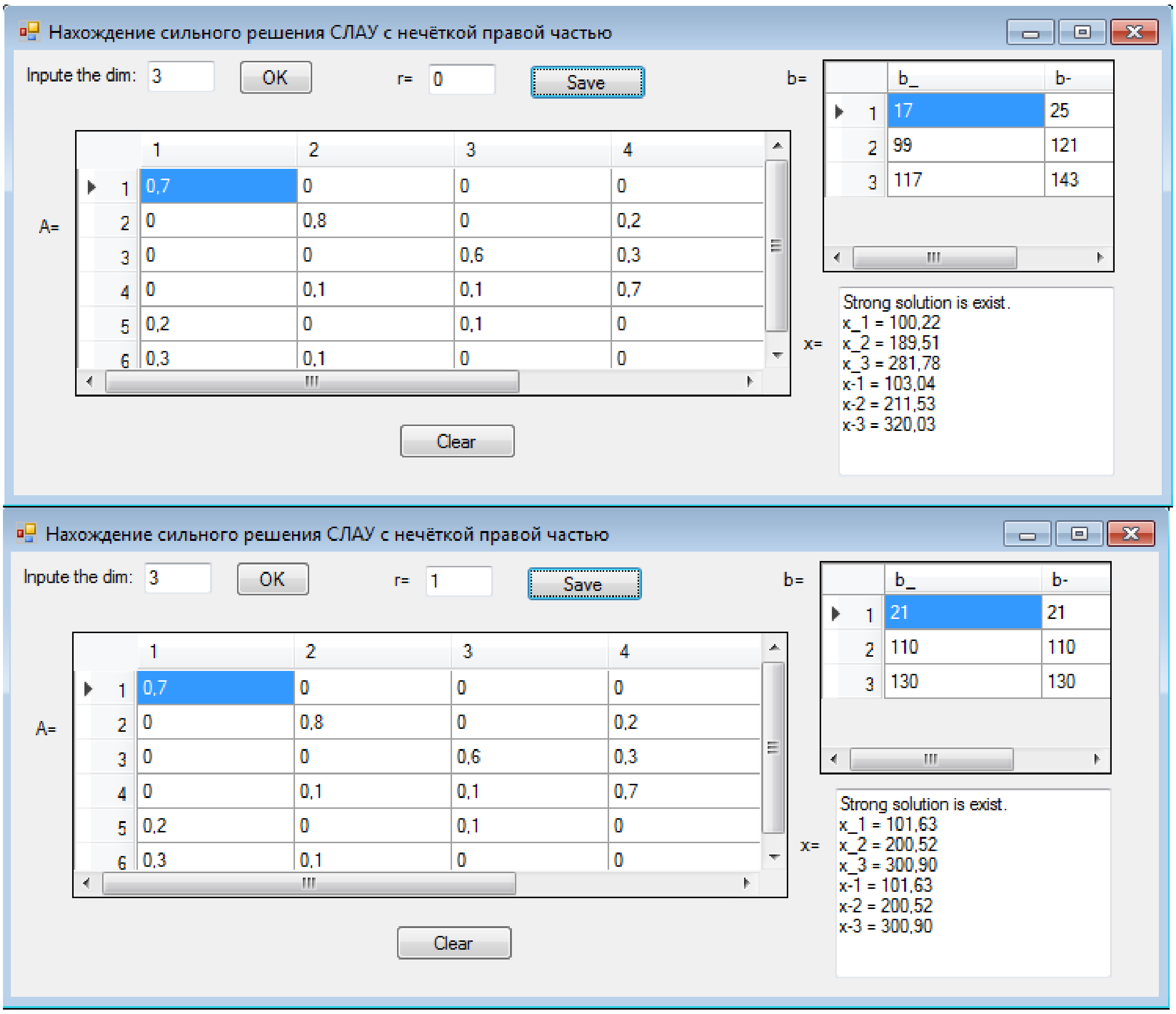

Рис.6. Результаты расчетов в примере 4

Увеличение неопределенности спроса привело к соответствующему возрастанию неопределенности объема выпуска продукции.

5. Продемонстрируем применение несимметричных треугольных чисел. Пусть неопределенность спроса задана в форме

$$\tilde{f}^5 = \begin{pmatrix} 17, 21, 25 \\ 104.5, 110, 121 \\ 123.5, 130, 143 \end{pmatrix}.$$

Тогда решение имеет вид

$$\tilde{x}^5 = \begin{pmatrix} 100.68, 101.63, 105.95 \\ 197.31, 200.52, 213.21 \\ 294.34, 300.91, 321.56 \end{pmatrix},$$

т.е. представляется также несимметричным треугольным числом.

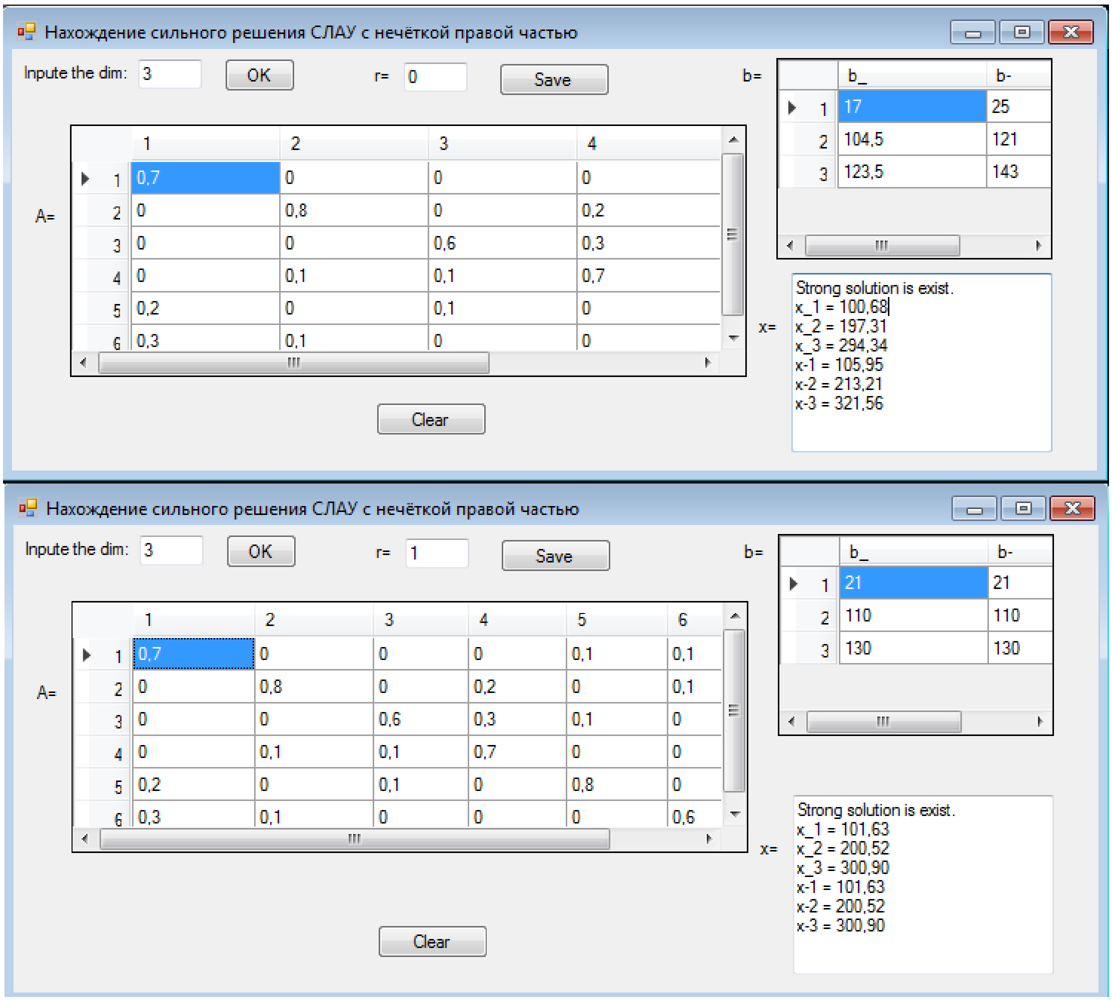

Рис. 7. Результаты расчетов в примере 5

Результаты примера демонстрируют, что неопределенность задания элементов матрицы-столбца конечного спроса может быть задана как с помощью треугольных чисел с симметричными функциями принадлежности, так и с несимметричными. К недостатку описанного подхода следует отнести применение только четких матриц прямых затрат, хотя на практике их элементы также могут быть известны неточно. Устранение этого недостатка является предметом дальнейших исследований.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформирована математическая модель межотраслевого баланса с нечеткой информацией о конечном спросе с помощью аппарата треугольных нечетких чисел и нечетких линейных систем уравнений с нечеткой правой частью. Описан алгоритм решения нечеткой линейной системы. Приведен анализ влияния конечного спроса на изменение объемов выпуска продукции в различных секторах экономики при помощи предложенной нечеткой математической модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бортаковский А.С., Пантелеев А.В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум. - М.: ИНФРА–М, 2015.
2. Dubois D.,Prade H. Operations on fuzzy numbers // J. Systems Sci. 1978. V.9. P.613–628.
3. Friedman M., Ming M., Kandel A. Fuzzy linear systems//Fuzzy sets and systems, 1998. V.96. P. 201–209.
4. Amrahanov S.E., Askerzade I.N. Strong solutions of the fuzzy linear systems //CMES. 2011. V.76. № 4. P. 207–216.

Работа поступила 23.03.2019г.