

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В МОДЕЛИ АРТЕЛИ

В.К. Захаров

Рассматривается *общая агрегированная модель «артели»*, т.е. любой организации с отношением владения-ведения. На основе общей модели и понятия *реальной стоимости достояний* создаётся *математическая модель артели* в виде системы дифференциальных уравнений с управляющими параметрами. Производится упрощение этой системы до системы из четырёх уравнений с семью управлениями, четыре из которых являются нелинейными. Для неё ставится оптимизационная задача нахождения оптимальных управлений при различных функционалах качества. В качестве конкретного случая рассматривается *задача обеспечения максимума целевой функции наживы и предусмотрительности*.

A general aggregated model of an "artel", i.e. any organization with the relation of owning-keeping, is considered. Based on the general model and the notion of real cost of wealth some artel mathematical model is constructed as a system of differential equations with governing parameters. The system is simplified to that of four equations with seven controls, of which four equations are non-linear. The optimization problem of finding the optimal controls under various quality functionals is posed for this simplified system. The problem of providing the maximum of the target function of profit and foresight is considered as an example.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Государство в широком смысле, артель – организация с отношением владения-ведения, общая модель артели, реальная стоимость достояний, математическая модель артели, система экономических уравнений артели, оптимизационная задача, оптимальные управления, управленческие стратегии.

1. ВВЕДЕНИЕ

Данная работа является концептуальным продолжением работ [6,7,15,16]. Она состоит из трёх частей. В первой части излагается *общая агрегированная модель артели*, т.е. любой организации с отношением владения-ведения, восходящая к работам [1,18,9,6].

Во второй части на основе общей модели артели, нового *понятия реальной стоимости достояний*, развитой в работах [8,17,2,6], и *новой теории денег как средства государственного управления*, развитой в работах [10-13,3-5,14,6], создаётся соответствующая математическая модель в виде системы дифференциальных уравнений с управляющими параметрами. Эта система называется далее *системой экономических уравнений артели*. Для неё ставится оптимизационная задача нахождения оптимальных управлений при различных функционалах качества. В качестве конкретного случая рассматривается *задача обеспечения максимума целевой функции наживы и предусмотрительности*.

Поскольку эта задача оказывается слишком сложной, производится упрощение системы экономических уравнений *до упрощённой системы экономических уравнений артели*,

состоящей из четырёх уравнений с семью управлениями, четыре из которых являются нелинейными. Для этой системы выделяются три различных управляющих стратегии: *стратегия сохранения, стратегия подъёма (предусмотрительности) и стратегия упадка (наживы)*.

2. ОБЩАЯ АГРЕГИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ АРТЕЛИ

Для того, чтобы составить общую агрегированную модель артели, нам необходимо сначала кратко описать общую агрегированную модель государства-страны.

2.1. Содержательная модель государства в широком смысле (страны)

Каждое государство в широком смысле, близком к слову страна, является сложной **трёх-уровневой жизнедеятельной (и, в частности, организационно-производственной) подсистемой общества**, устроенной в виде совокупности основных систем, связанных друг с другом в единое целое и зависящих друг от друга так, что без каждой из этих систем не может существовать. **Основными системами государства** являются: *содержательная, учётная, обеспечительная, совокупная распорядительная и властная системы*.

Содержательная система С осуществляет *аграрный (изымающий из природной среды), индустриальный (перерабатывающий) и сервисный (обслуживающий) способы жизнедеятельности*. *Учётная система D* осуществляет производство, сбор, хранение и раздачу денег, статистических сведений и т.п. *Обеспечительная система E* обеспечивает порядок, охрану, законность, нравственность и пр. *Распорядительные системы F, G и H* ведают деятельностью содержательной, учётной и обеспечительной систем соответственно. *Властная система P* осуществляет руководство совокупной распорядительной системой.

Властная система выделяет в учётной системе *казначейскую систему*, осуществляющую производство, сбор и хранение денег. Она называется также *эмиссионным денежным центром государства*. Соответственно властная система выделяет в распорядительной системе *денежно-распорядительное ведомство*, ведающее деятельностью казначейской системы.

Для использования денег самой содержательной системой властная система выделяет в учётной системе наряду с казначейской системой *банковскую систему*, осуществляющую выдачу ссудных денег и сбор долговых и временно свободных денег, и подчиняет её деятельность денежно-распорядительному ведомству.

Далее властная система разрешает *банковской системе* брать в долг у казначейской системы некоторое количество денег, передавать их содержательным единицам **в долг с условием возврата с относительной прибавочной долей g** и затем вновь возвращать в эту казначейскую систему, причём дополнительно с **относительной прибавочной долей $p \leq g$** .

Содержательная, учётная и обеспечительная системы связаны с *природной средой A_1 , внешней организованной средой A_2* , состоящей из зарубежных жизнедеятельных единиц и государств, и *внутренней организованной средой A_3* , состоящей из неконтролируемых номом теневых или криминальных единиц.

Используемые государством и производимые им достояния располагаются в единицах государства и во внешних средах. Все эти достояния подразделяются на следующие **виды**: *содержательное* (код 1), *распорядительное* (код 2), *властное* (код 3), *обеспечительное* (код 4), *учётное* (код 5).

Каждая основная система производит *достояние своего вида*. При производстве соответствующего достояния каждая система использует некоторые из имеющихся в ней достояний. Все основные системы связаны между собой потоками производимых достояний.

Содержательная, учётная и обеспечительная системы получают из внешних сред и отдают в эти среды соответствующие достояния.

В сильно агрегированной форме устройство и функционирование государства, а также описание имеющихся в нём достояний и потоков дано на рисунке 1. На нем производимые достояния выделены квадратиком с жирным контуром. Дугами указаны *преобразовательные потоки*. *Передаточные потоки* показаны стрелками с указанием кодов на концах стрелок. *Произведённые потоки* обозначены прямыми входящими стрелочками, а *изведённые* – выходящими.

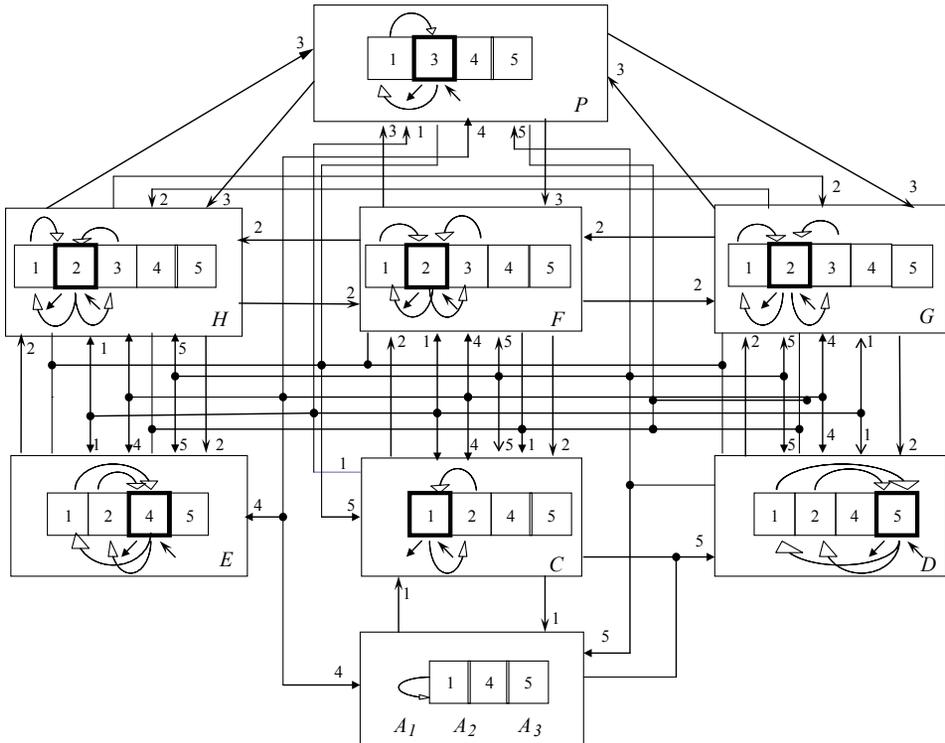


Рис. 1. Схема систем, достояний и потоков государства

2.2. Архетип артельного устройства

Далее рассматриваются основные жизнедеятельные единицы государства, называемые артелями. Артели являются клеточками основных систем государства.

Собственностной жизнедеятельной единицей (\equiv **артелью**¹) назовём жизнедеятельную единицу, состоящую из нескольких жизнедеятельных единиц (\equiv *субъектов собственности*) и нескольких достояний (\equiv *объектов собственности*), связанных *внутренними отношениями владения-ведения, распоряжения, пользования и сотрудничества* так, что:

- 1) отношение владения-ведения обязательно влечёт отношение распоряжения;
- 2) отношение распоряжения обязательно влечёт отношение пользования;
- 3) каждый субъект осуществляет хотя бы одно отношение владения-ведения, пользования и распоряжения хотя бы к одному объекту;

¹ Артель в переводе с французского означает **объединение людей с целью ведения общехозяйственной деятельности**

4) для каждого объекта имеется несколько субъектов, которые в совокупности владеют-ведает этим объектом;

5) некоторые субъекты осуществляют хотя бы одно отношение владения-ведения, распоряжения, пользования и сотрудничества к другим субъектам;

6) для каждого субъекта артели, который **использует** некоторый объект артели, существуют субъекты артели, которые в совокупности распоряжаются этим объектом и этим субъектом;

7) для каждого субъекта артели, который распоряжается некоторым объектом артели, существуют субъекты артели, которые в совокупности владеют-ведает этим объектом и распоряжаются этим субъектом. (Далее это общее определение артели будет постепенно уточняться).

Субъект артели, который, соответственно, пользуется, распоряжается или владеет-ведает некоторым объектом, будем называть соответственно *пользователем*, *распорядителем* или *владельцем-ведателем* в артели. Согласно пункту 2) из определения артели, каждый распорядитель одновременно является и пользователем, а согласно пункту 1) каждый владелец-ведатель одновременно является распорядителем, а значит, и пользователем.

Архетип жизнедеятельности в рамках артелей образует *артельный архетип жизнеустройства общества*.

2.3. Примеры артелей

Покажем, что понятие артели является настолько широким, что включает в себя, по-видимому, почти все известные образования (организации). Для этого разберём несколько примеров артелей.

1. В качестве единственного субъекта собственности выступает индивид, владеющий несколькими объектами. Он же является и распорядителем, и пользователем. Это пример *классической частной артели*.

2. В качестве всех субъектов собственности выступают только индивиды, владеющие в совокупности несколькими объектами. Они же являются и распорядителями, и пользователями. Это пример *классической корпоративной артели*.

3. Один субъект собственности – помещик, другие субъекты – крепостные крестьянские хозяйства. Один объект собственности – помещичья земля, розданная крестьянам в обработку. Помещик полностью владеет и распоряжается своей землёй, но не использует её. Крестьянское хозяйство не владеет землёй, но частично распоряжается и частично пользуется. Помещик владеет крестьянским хозяйством, распоряжается им и пользуется им для обработки своей земли. Это пример *классической феодальной артели*, в которой существуют указанные выше в определении артели субъект-субъектные отношения.

4. Один субъект – банк, объект – финансовый актив банка, другой субъект с объектами – добывающее предприятие, третий субъект с объектом – перерабатывающее предприятие, четвёртый субъект с объектами – реализующее предприятие. Это пример финансово-промышленной группы (ФПГ). Банк не владеет этими субъектами, но распоряжается ими и использует их. Остальные субъекты только сотрудничают друг с другом. Следовательно, в ФПГ имеются все субъект-субъектные отношения.

5. Внутренние субъекты с объектами – некоторые организации, внешние субъекты – некоторые распорядительные или властные органы государства, которые полностью **ведает** данными объектами. При этом внешние субъекты на определённый срок **передают свои права ведения** некоторому внутреннему субъекту артели – (полностью) *уполномоченному внутреннему ведателю*. Это пример *государственной артели*. Если внешние субъекты только

частично ведают данными объектами, то получается пример *смешанной артели с (частично) уполномоченным внутренним ведателем*.

Типичным примером государственной артели является государственный университет. Ректор такого университета является (полностью) уполномоченным внутренним ведателем. Одновременно он является также и внутренним распорядителем. Поэтому ректор ведаёт объектами университета и распоряжается его субъектами и объектами. Ректор назначает других внутренних распорядителей: проректоров, главного бухгалтера и др. Остальные работники университета являются пользователями. Поскольку ректор является внутренним ведателем, он вместе с руководителями внешних ведающих субъектов (ведомств) имеет право на распределение прибыли университета (если она есть).

6. Современными примерами хозяйственных артелей или, иначе говоря, фирм являются предприятия, компании, учреждения, фирмы, корпорации, холдинги, концерны, консорциумы, конгломераты, синдикаты, тресты и т.д. [20, часть VII;19].

7. Примером *жизнеподдерживающей артели* является современное домохозяйство.

Из приведённых примеров следует, что понятие артели является гораздо более широким, чем понятие *фирмы*.

2.4. Артель как система

Используя приведённое выше понятие артели, проведём агрегирование субъектов и объектов артели в **основные системы артели**.

Подсистему артели, состоящую из всех пользователей и всех объектов артели, используемых пользователями, назовём *системой пользователей* или **пользовательской системой**. По предназначению в артели её естественно также называть исполнительной системой. Она состоит из **передаточно-пользовательской системы К** и из **производительно-пользовательской системы Q**. Первая система осуществляет связь артели с единицами нома, а также с **природной средой A₁, внешней организованной средой A₂ и внутренней организованной средой A₃**. Вторая система осуществляет основное производство в артели.

Подсистему **R** артели, состоящую из всех распорядителей и всех объектов артели, используемых распорядителями и не используемых пользователями, назовём *системой распорядителей* или **распорядительской системой**. Эта система осуществляет *распорядительное управление* по отношению к системам К и Q.

Наконец, подсистему **S** артели, состоящую из всех владельцев-ведателей и всех объектов артели, используемых владельцами-ведателями и не используемых распорядителями (а значит, и пользователями), назовём *системой владельцев-ведателей* или **владельческо-ведательской системой**. Она осуществляет *владельческо-ведательное управление* по отношению к распорядительской системе R.

Вышеопределённые системы являются **основными системами артели**. Все объекты и все субъекты основной системы артели образуют *совокупное достояние этой системы*. При этом система использует своё совокупное достояние для осуществления своей деятельности.

Совокупное достояние каждой системы артели подразделяется на следующие **виды**: *содержательное* (код 1), *распорядительное* (код 2), *властное* (код 3), *обеспечительное* (код 4), *учётное* (код 5), *пользовательное* (код 6), *внутреннее распорядительное* (код 7) и *владельческо-ведательное* (код 8). Первые пять достояний являются *внешними*, а следующие три – *внутренними достояниями артели*.

Основные системы **Q, R, S** производят *пользовательное, внутреннее распорядительное и владельческо-ведательное достояния*, соответственно. Эти внутренние достояния являются выходными для указанных систем. При производстве соответствующего внутреннего досто-

яния каждая система использует некоторые из имеющихся в ней достояний. Выходным внутренним достоянием системы К является пользовательное достояние. При выходе из артели оно превращается в соответствующее внешнее достояние. Таким образом, система К перекодирует внешнее достояние в пользовательное достояние и наоборот.

Тип артели определяется по внешнему выходному достоянию. Таким образом, согласно приведённой выше классификации внешних достояний, возможны артели следующих типов:

- 1) *содержательные артели* (выходное достояние 1);
- 2) *обеспечительные артели* (выходное достояние 4);
- 3) *учётные артели* (выходное достояние 5);
- 4) *содержательно-распорядительные артели* (выходное достояние 2);
- 5) *обеспечительно-распорядительные артели* (выходное достояние 2);
- 6) *учётно-распорядительные артели* (выходное достояние 2);
- 7) *властные артели* (выходное достояние 3).

Из сказанного выше следует, что артель является сложной трёхуровневой жизнедеятельной (и, в частности, организационно-производственной) подсистемой государства-страны, устроенной в виде совокупности **основных систем**, связанных друг с другом в единое целое и зависящих друг от друга так, что без каждой из этих систем артель существовать не может.

2.5. Слаженное движение артельных достояний

В артели между указанными системами, а также между системами и государственной средой имеются *передаточные потоки достояний*, а в самих этих системах (точнее, в их единицах) имеются *преобразовательные, произведённые и изведённые потоки достояний*, при этом изведённые потоки представляются в виде суммы переработанного потока и износного потока. Объяснение названия и смысла артельных потоков дано ниже.

Достояние вида 6 для передаточно-пользовательной и производительно-пользовательной систем, вида 7 для распорядительной системы и вида 8 для владетельно-ведательной системы будем называть *основным достоянием этой системы*. Достояния этих систем всех остальных видов будем называть *переходными*, т.е. временно расположенными в системе перед переводом в основное достояние этой системы или перед передачей его в другие системы.

Например, для владетельно-ведательной системы в её основное (владетельно-ведательное) достояние включается все, что или приходит в неё с произведённым потоком, или приходит в неё с передаточным потоком из распорядительной системы, или сначала приходит в неё в качестве переходного достояния с передаточным потоком из передаточно-пользовательной системы и затем переводится во владетельно-ведательное достояние переводным потоком. Таким образом, в основное достояние владетельно-ведательной системы могут попасть люди, деньги, документы, оборудование, здания, свет, вода, электроэнергия и пр., переданные первоначально передаточно-пользовательной системой, и документы, переданные распорядительной системой.

Ниже мы опишем слаженное движение артельных достояний на примере **содержательной артели**, т.е. артели, которая входит в содержательную систему данного государства.

Изображение имеющихся в артели систем, достояний и потоков дано ниже на рисунке 2. На нем производимые и выходные достояния выделены квадратиком с жирным контуром. Дугами указаны преобразовательные потоки. *Передаточные потоки* показаны стрелками с указанием кодов на концах стрелок. *Произведённые потоки* обозначены короткими косыми входящими стрелочками, а *изведённые и присвоенные* – выходящими.

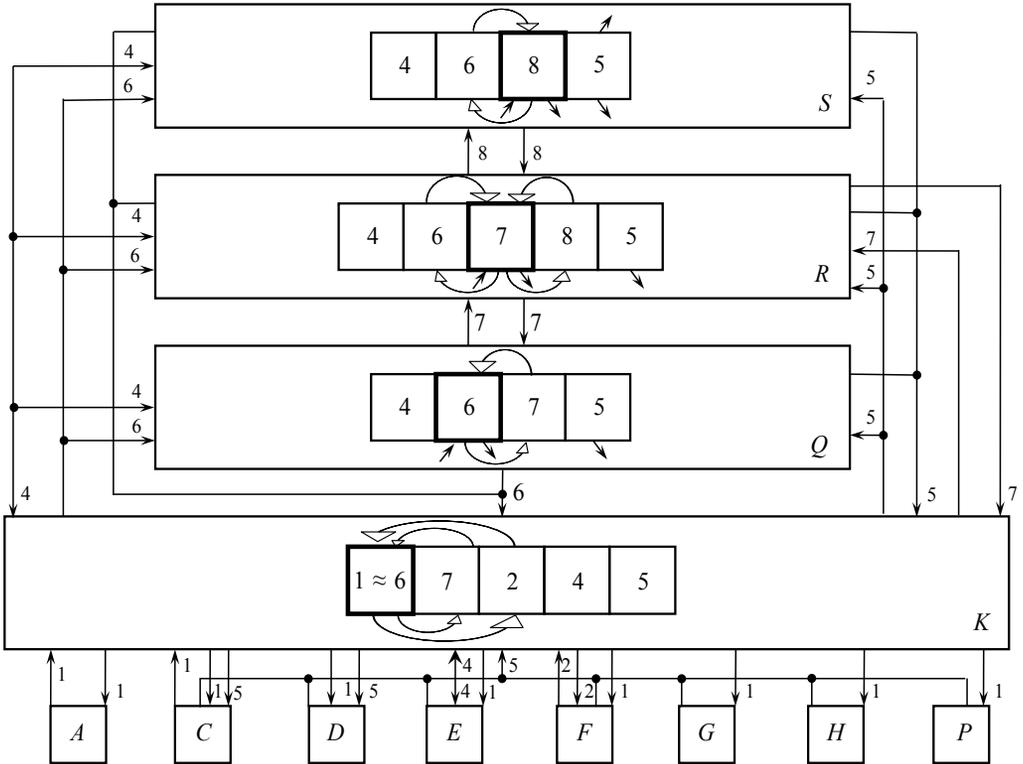


Рис. 2. Схема систем, достояний и потоков артели

Отметим, что в системы артели обеспечительное достояние из обеспечительной системы E объемлющего государства-страны временно приходит и от них возвращается обратно в E , образуя законный тип распределения обеспечительного достояния. Оно представляет собой силу, воздействующую на эти системы по распоряжению обеспечительно-распорядительной системы H и властной системы P .

2.6. Название и смысл потоков

Достояние вида t в системе M в момент времени t будем обозначать через $W_M^m(t)$. Поток из системы M в систему N достояния вида m в достояние вида n в момент времени t будем обозначать через $X_{MN}^{mn}(t)$. Указание на момент времени t будем в основном опускать. Потоки X_{MN}^{mn} при $M \neq N$ называются **передаточными**. Потоки X_{MM}^{mn} при $m \neq n$ называются **преобразовательными**. Напомним, что перекодировка обозначается через $m \approx n$.

Достояния $W_K^5, W_Q^6, W_R^7, W_S^8$ являются **главными достояниями** соответствующих систем. Отметим, что учётное достояние W_K^5 состоит из денежных средств владельцев-ведателей артели, находящихся на банковском счету артели.

Совокупную среду артели, состоящую из всех внешних сред нома A_1, A_2, A_3 и всех жизнедеятельных единиц, входящих в системы C, D, E, F, G, H, P , обозначим через U .

Потоки X_{AK}^{11} для $A=A_1, A_2, A_3$ назовем **первичными**. Если $A=A_1$, то этот поток назовём **первичным жизнеобеспечивающим**. Если $A=A_2$, то этот поток назовём **первичным жизнеподдерживающим**. Если $A=A_3$, то этот поток назовём **первичным подрывным**.

Поток $X_{KA_1}^{11}$ является **отходным** (ударение на втором слоге). Отходы деятельности артели через систему K сбрасываются в природную среду A_1 . Поток $X_{KA_2}^{11}$ является **отдачным**. Результаты деятельности артели через систему K передаются внешней организованной среде A_2 или в обмен на какое-либо достояние, или в виде дани, или в виде помощи и т.п. Поток $X_{KA_3}^{11}$ является **скрывающим**. Результаты деятельности артели скрытно передаются внутренней организованной среде A_3 .

Потоки X_{MK}^{mm} для $M=A, C, D, E, F, G, H, P$ назовем **внешними приходными** (ударение на третьем слоге) или **ресурсными**. Потоки $X_{KQ}^{66}, X_{KR}^{66}, X_{KS}^{66}$ назовем **внутренними приходными (ресурсными)**.

Потоки X_{KK}^{m6} для $m=1, 2, 3$ и X_{RR}^{67}, X_{SS}^{68} назовем **после приходными**. Смысл их состоит в том, что достояние, пришедшее в систему K из систем A, C, F, G, H, P и в системы R, S из системы K , **приходует**, т.е. ставится на учёт как их основное достояние, используемое для собственной деятельности.

Потоки X_{KK}^{6m} для $m=1, 2, 3$ назовем **внешними**

Потоки X_{KK}^{6m} для $m=1, 2, 3$ и $X_{QQ}^{76}, X_{RR}^{76}, X_{SS}^{86}$ являются **предвыходными**. Смысл их состоит в том, что отходы и продукты деятельности указанных систем переводятся в переходное состояние, т.е. снимаются с учета и подготавливаются для последующей передачи в системы $M=A, C, D, E, F, G, H, P$ и в систему K , соответственно.

Потоки X_{KM}^{mm} для $M=A, C, D, E, F, G, H, P$ являются **внешними выходными** и X_{NK}^{66} для $N=Q, R, S$ являются **внутренними выходными**. Смысл выходных потоков состоит в том, что соответствующие достояния всей артели и указанных систем N передаются системам M и системе K , соответственно. Если $m=6$, то передаются предметы и отходы деятельности. Следовательно, выходные потоки X_{KM}^{66} представляются в виде суммы $X_{KM}^{66} = Y_{KM}^{66} + Z_{KM}^{66}$ **предметного потока** Y_{KM}^{66} и **отходного потока** Z_{KM}^{66} , а выходные потоки X_{NK}^{66} представляются в виде суммы $X_{NK}^{66} = Y_{NK}^{66} + Z_{NK}^{66}$ **предметного потока** Y_{NK}^{66} и **отходного потока** Z_{NK}^{66} .

Потоки X_{UK}^{66} и для $N X_{KN}^{66} = Q, R, S$ являются **поставочными**. Поставочный поток X_{UK}^{66} представляется в виде суммы $X_{UK}^{66} = Y_{UK}^{66} + E_{UK}^{66}$ **поставочного потока для основной деятельности** Y_{UK}^{66} и **поставочного потока для восполнения и расширения** E_{UK}^{66} . Аналогичным образом, поставочные потоки X_{KN}^{66} представляются в виде суммы $X_{KN}^{66} = Y_{KN}^{66} + E_{KN}^{66}$ **поставочного потока для основной деятельности** Y_{KN}^{66} и **поставочного потока для восполнения и расширения** E_{KN}^{66} .

Потоки $X_{KK}^{67}, X_{QQ}^{77}, X_{RR}^{78}$ назовем **предпередаточными потоками**. Смысл их состоит в том, что созданная в указанных системах информация об их деятельности и продукты их деятельности переводятся в переходное состояние, т.е. снимается с учета и подготавливается для последующей передачи в соответствующие вышестоящие системы.

Потоки $X_{KR}^{77}, X_{QR}^{77}, X_{RS}^{88}$ назовем **передаточными потоками**. Смысл их состоит в том, что указанные системы отправляют в вышестоящие системы информацию о своей деятельности и продукты своей деятельности.

Потоки $X_{RK}^{77}, X_{RQ}^{77}, X_{SR}^{88}$ назовем **приказными потоками** (ударение на третьем слоге). Смысл их состоит в том, что созданное в указанных системах внутреннее распорядительное и владетельно-ведательное достояния передаются для исполнения в нижележащие системы. Посредством двух первых потоков распорядительная система R осуществляет **распорядительное управление** по отношению к системам K и Q . Посредством третьего потока владетельно-ведательная система S осуществляет **владетельно-ведательное управление** по отношению к распорядительной системе R .

Потоки $X_{KK}^{76}, X_{QQ}^{76}, X_{RR}^{87}$ назовем **послеприказными потоками** (ударение на пятом слоге). Смысл их состоит в том, что распорядительное и владетельно-ведательное достояния, пришедшее в системы K, Q, R из вышестоящих систем, *приходится*, т.е. ставится на учёт как их основное достояние, принимается к исполнению и используется для собственной деятельности.

Потоки X_{MN}^{55} назовем **учётными**. Смысл их состоит в том, что из системы M в систему N передаются учётные (в основном денежные) достояния.

Учётный поток X_{UK}^{55} назовём **доходным**. В виде этого потока в артель приходят все денежные поступления **за её деятельность**.

Учётный поток P_{KU}^{55} назовём **расходным потоком для основной деятельности** (иначе *материальные расходы* [21, 14.3.2]). В виде этого потока из артели уходят все денежные средства в качестве оплаты за поставки для производства и оплаты за избавление от отходов. Следовательно, расходный поток для основной деятельности представляется в виде суммы $P_{KU}^{55} = Y_{KU}^{55} + Z_{KU}^{55}$ **расходного потока за поставки** Y_{KU}^{55} и **расходного потока за избавление от отходов** Z_{KU}^{55} .

Учётный поток O_{KU}^{55} назовём **расходным потоком по долговым обязательствам** [21, 14.3.4]. В виде этого потока из артели уходят все денежные средства в качестве выплат по долговым обязательствам.

Учётный поток E_{KU}^{55} назовём **расходным потоком для восполнения и расширения**. В виде этого потока из артели уходят все денежные средства в качестве оплаты за поставки на восполнение, расширение и развитие.

Учётные потоки $X_{KQ}^{55}, X_{KR}^{55}, X_{KS}^{55}$ назовём **действительными**. Смысл их состоит в том, что системы Q, R, S получают из системы K указанные денежные достояния для осуществления собственной деятельности, а именно: для восполнения и расширения, для избавления от отходов, для трудового присвоения и отдельно системе S для внетрудового присвоения. Учётные потоки $E_{KQ}^{55}, E_{KR}^{55}, E_{KS}^{55}$ используются для **восполнения и расширения**. Учётные потоки $Z_{KQ}^{55}, Z_{KR}^{55}, Z_{KS}^{55}$ используются для **избавления от отходов**.

Учётные потоки $X_{Q>}^{55}, X_{R>}^{55}, X_{S>}^{55}$ назовём **трудовыми присвоенными** (иначе *расходы на оплату труда* [21, 14.3.2]). Смысл их состоит в том, что субъекты систем $K+Q, R, S$ за свою деятельность в этих системах получают указанные денежные достояния в личное пользование в виде заработной платы. Поток $X_{\Sigma>}^{55} = X_{Q>}^{55} + X_{R>}^{55} + X_{S>}^{55}$ назовём **совокупным трудовым присвоенным**.

Учётный поток $X_{\Sigma\uparrow}^{55} = X_{UK}^{55} - P_{KU}^{55} - O_{KU}^{55}$ называется **артельно-прибыльным** или **первично-прибыльным**.

Учётный поток $X_{S\uparrow}^{55} = X_{\Sigma\uparrow}^{55} - X_{\Sigma>}^{55}$ называется **прибыльным** (иначе *прибыль* или *предпринимательская прибыль* [Перов, Толкушкин, 2004, 14.1.1]).

Учётные потоки $X_{QK}^{55}, X_{RK}^{55}, X_{SK}^{55}$ назовём **оплатными**. Смысл их состоит в том, что системы Q, R, S отдадут системе K указанные денежные достояния в обмен на получение из K внутренне-приходного достояния.

Учётный поток T_{KD}^{55} называется **налоговым**. В виде этого потока из прибыли артели в учётную систему нома D уходят все денежные средства в качестве налогов и сборов. Поток T_{KD}^{55} состоит из налога на прибыль $k_1 X_{S\uparrow}^{55}$ и налога на заработную плату $k_2 X_{\Sigma>}^{55}$, т.е. $T_{KD}^{55} = k_1 X_{S\uparrow}^{55} + k_2 X_{\Sigma>}^{55}$. В 2011 году эти коэффициенты составляли $k_1 = 0.2$ и $k_2 = 0.34$.

Учётный поток $X_{S>}^{55}$ называется **внетрудовым присвоенным**. Смысл его состоит в том, что субъекты владетельно-ведательной системы S за своё положение в артели в качестве владетелей-ведателей получают указанное денежное достояние в личное пользование (*дивиденды*).

Потоки X_{EK}^{44} и X_{MN}^{44} назовем **силовыми**. Смысл их состоит в том, что из обеспечительной системы E во все артельные системы M, N для соблюдения в них порядка и законности **временно** передаются обеспечительные достояния, включающие в себя людей и оборудование. Отметим, что после выполнения поставленных задач эти достояния (возможно с потерями) в виде **силовых возвратных потоков** X_{NM}^{44} и X_{KE}^{44} возвращаются обратно в систему E .

Посредством учётных и силовых потоков владетельно-ведательная и распорядительная системы осуществляют **побуждающее управление** по отношению к нижележащим системам.

Потоки $X_{M\infty}^{mm}$ назовем **изведёнными**. В них включается та часть основного достояния артельных систем $M=Q, R, S$, которая в процессе их жизнедеятельности полностью исчезает или, иначе говоря, *изводится*. Например, руда после выплавки металла полностью исчезает; чистая бумага после того, как на ней напечатан приказ или закон, тоже исчезает полностью как чистая. Кроме того, сооружения и оборудование изнашиваются, ветшают, расхищаются и пр. Денежные средства расхищаются. Следовательно, изведённые потоки $X_{M\infty}^{mm}$ представляются в виде суммы $X_{M\leftrightarrow}^{mm} = X_{M\leftrightarrow}^{mm} + X_{M\rightarrow}^{mm}$ **переработанного потока** $X_{M\leftrightarrow}^{mm}$ и **износного потока** $X_{M\rightarrow}^{mm}$.

Потоки $X_{\infty M}^{mm}$ назовем **произведёнными**. В них включается та часть основного достояния артельных систем $M=Q, R, S$, которая «производится» именно в них, а не поступает откуда-либо извне. Здесь слово «производится» понимается в самом широком смысле. В частности, **отходы деятельности считаются произведёнными в артели**. Кроме того, полученный торговой артелью готовый **товар**, выставленный артелью на продажу и снабжённый в какой-либо форме информацией о цене, можно считать **произведённым в этой артели**, поскольку над ним была произведена некоторая деятельность. Аналогичным образом, полученное какой-либо властной или распорядительной артелью готовое **достояние**, просмотренное и снабжённое в какой-либо форме дополнительной информацией, можно считать **произведённым в этой артели**, поскольку над ним была произведена некоторая деятельность.

3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АРТЕЛИ

Математическая модель артели создаётся на основе общей агрегированной модели артели посредством использования реальной денежной стоимости достояний всех видов, развитой в работах [8,17,2,6].

3.1. Система эволюционных уравнений артели

Для того чтобы записать систему уравнений сразу для артелей всех типов, будем считать, что система К всех артелей использует достояния всех видов с кодами 1,2,3,4,5,7 для **производства и дополнительно к ним** использует обеспечительное и учётное достояния с кодами 4 и 5 для **управления деятельностью** артели. Некоторые из достояний для производства 1,2,3,4,5 являются *сущностно используемыми*, остальные предполагаются формально используемыми. При этом будем предполагать, что формально используемые достояния и их потоки являются **нулевыми**.

Среди сущностно используемых достояний выделяется **выходное достояние** с кодом l , производимое артелью данного типа. Оно перекодируется в достояние с внутренним кодом 6 посредством отождествления $l \approx 6$. Поэтому набор достояний для производства 1,2,3,4,5 можно переписать в виде $1, \dots, l \approx 6, \dots, 5$. Таким образом, весь набор достояний в системе К, используемых в артели и для производства, и для управления, можно записать в виде $1, \dots, l \approx 6, \dots, 5, 7 \& 4, 5$.

Система эволюционных уравнений артели составляется по следующему принципу сохранения: скорость изменения реальной стоимости достояния какого-либо вида в какой-либо основной системе равно сумме реальных стоимостей всех входящих потоков этого достояния в эту систему минус сумма реальных стоимостей всех выходящих потоков этого достояния из этой системы. В итоге получается следующая система уравнений, где $m=1,2,3$ и не выполнено отождествление $m \approx 6$, т.е. $m \neq l$:

$$\begin{aligned}
 1) \quad & \dot{W}_K^m(t) = \Sigma(X_{MK}^{mm} | M = A, C, D, E, F, G, H, P) + X_{KK}^{6m} \\
 & - \Sigma(X_{KM}^{mm} | M = A, C, D, E, F, G, H, P) - X_{KK}^{m6} \\
 2) \quad & \dot{W}_K^4(t) = X_{EK}^{44} + X_{QK}^{44} + X_{RK}^{44} + X_{SK}^{44} \\
 & - X_{KE}^{44} - X_{KQ}^{44} - X_{KR}^{44} - X_{KS}^{44} \\
 3) \quad & \dot{W}_K^5(t) = X_{UK}^{55} + X_{QK}^{55} + X_{RK}^{55} + X_{SK}^{55} - X_{KQ}^{55} \\
 & - X_{KR}^{55} - X_{KS}^{55} - Y_{KU}^{55} - E_{KU}^{55} - Z_{KU}^{55} - O_{KU}^{55} - T_{KU}^{55} \\
 4) \quad & \dot{W}_K^6(t) = \Sigma(X_{MK}^{ll} | M = A, C, D, E, F, G, H, P) \\
 & + \Sigma(X_{KK}^{ml} | m = 1,2,3 \& m \neq l) + X_{KK}^{76} + X_{QK}^{66} + X_{RK}^{66} + X_{SK}^{66} \\
 & - \Sigma(X_{KM}^{ll} | M = A, C, D, E, F, G, H, P) \\
 & - \Sigma(X_{KK}^{lm} | m = 1,2,3 \& m \neq l) - X_{KK}^{67} - X_{KQ}^{66} + X_{KR}^{66} + X_{KS}^{66} \\
 5) \quad & \dot{W}_K^7(t) = X_{RK}^{77} + X_{KK}^{67} - X_{KR}^{77} - X_{KK}^{76} \\
 6) \quad & \dot{W}_Q^4(t) = X_{KQ}^{44} - X_{QK}^{44} \\
 7) \quad & \dot{W}_Q^5(t) = X_{KQ}^{55} - X_{QK}^{55} - X_{Q-}^{55} \\
 8) \quad & \dot{W}_Q^6(t) = X_{KQ}^{66} + X_{QQ}^{76} + X_{\infty Q}^{66} - X_{QK}^{66} - X_{QQ}^{67} - X_{Q\infty}^{66} \\
 9) \quad & \dot{W}_Q^7(t) = X_{RQ}^{77} + X_{QQ}^{67} - X_{QR}^{77} - X_{QO}^{76} \\
 10) \quad & \dot{W}_R^4(t) = X_{KR}^{44} - X_{RK}^{44}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
11) \quad \dot{W}_R^5(t) &= X_{KR}^{55} - X_{RK}^{55} - X_{R\infty}^{55} \\
12) \quad \dot{W}_R^6(t) &= X_{KR}^{66} + X_{RR}^{76} - X_{RK}^{66} - X_{RR}^{67} \\
13) \quad \dot{W}_R^7(t) &= X_{KR}^{77} + X_{QR}^{77} + X_{RR}^{67} + X_{RR}^{87} + X_{R\infty}^{77} \\
&\quad - X_{RK}^{77} - X_{RQ}^{77} - X_{RR}^{76} - X_{RR}^{78} - X_{R\infty}^{77} \\
14) \quad \dot{W}_R^8(t) &= X_{SR}^{88} + X_{RR}^{78} - X_{RS}^{88} - X_{RR}^{87} \\
15) \quad \dot{W}_S^4(t) &= X_{KS}^{44} - X_{SK}^{44} \\
16) \quad \dot{W}_S^5(t) &= X_{KS}^{55} - X_{SK}^{55} - X_{S>}^{55} - X_{S>>}^{55} \\
17) \quad \dot{W}_S^6(t) &= X_{KS}^{66} + X_{SS}^{86} - X_{SK}^{66} - X_{SS}^{68} \\
18) \quad \dot{W}_S^8(t) &= X_{RS}^{88} + X_{SS}^{68} + X_{\infty S}^{88} - X_{SR}^{88} - X_{SS}^{86} - X_{S\infty}^{88}
\end{aligned}$$

3.2. Допущения для потоков

При описании связей между потоками мы опираемся на определение реальной стоимости в момент времени t , развитое в работах [2,6,8,17]. Далее указание момента времени будем опускать.

Напомним, что перекодировка обозначается через $m \approx 6$.

1. Считаем, что внешние приходные потоки и после приходные потоки имеют одинаковую реальную стоимость, т.е.

$$X_{MK}^{mm} = X_{KK}^{m6}.$$

2. Считаем, что предвыходные потоки и внешние выходныe потоки имеют одинаковую реальную стоимость, т.е.

$$X_{KK}^{6m} = X_{KM}^{mm}.$$

3. Считаем, что приходные и после приходные потоки связаны равенством

$$X_{KQ}^{66} + X_{KR}^{66} + X_{KS}^{66} = \Sigma(X_{MK}^{66} | M = A, C, D, E, F, G, H, P) + \Sigma(X_{KK}^{m6} | m = 1, 2, 3).$$

4. Считаем, что выходныe и предвыходныe потоки связаны равенством

$$X_{QK}^{66} + X_{RK}^{66} + X_{SK}^{66} = \Sigma(X_{KM}^{66} | M = A, C, D, E, F, G, H, P) + \Sigma(X_{KK}^{6m} | m = 1, 2, 3).$$

5. Считаем, что обменные потоки между распорядительными системами равны, т.е.

$$X_{KR}^{77} = X_{RK}^{77}.$$

6. Считаем, что силовые потоки связаны следующими равенствами:

$$\begin{aligned}
X_{KQ}^{44} &= X_{KQ}^{44}, \quad X_{KR}^{44} = X_{KR}^{44}, \quad X_{KS}^{44} = X_{KS}^{44}, \\
X_{KQ}^{44} + X_{KR}^{44} + X_{KS}^{44} &= X_{EK}^{44}, \\
X_{QK}^{44} + X_{RK}^{44} + X_{SK}^{44} &= X_{KE}^{44}
\end{aligned}$$

7. Считаем, что предупредаточные потоки и передаточные потоки имеют одинаковую реальную стоимость, т.е.

$$X_{KK}^{67} = X_{KR}^{77}, \quad X_{QQ}^{67} = X_{QR}^{77}, \quad X_{RR}^{78} = X_{RS}^{88}.$$

8. Считаем, что приказные потоки и послеприказные потоки имеют одинаковую реальную стоимость, т.е.

$$X_{RK}^{77} = X_{KK}^{76}, \quad X_{RQ}^{77} = X_{QQ}^{76}, \quad X_{SR}^{88} = X_{RR}^{87}.$$

9. Считаем, что внутренние приходные потоки и после приходные потоки имеют одинаковую реальную стоимость, т.е.

$$X_{KR}^{66} = X_{RR}^{67}, \quad X_{KS}^{66} = X_{SS}^{68}.$$

10. Считаем, что предвыходные потоки и внутренние выходные потоки имеют одинаковую реальную стоимость, т.е.

$$X_{QQ}^{76} = X_{RQ}^{77}, \quad X_{QQ}^{67} = X_{QR}^{77}, \quad X_{RR}^{76} = X_{RK}^{66},$$

$$X_{RR}^{78} = X_{RS}^{88}, \quad X_{SS}^{68} = X_{KS}^{66}, \quad X_{SS}^{86} = X_{SK}^{66}.$$

11. Считаем, что силовые и силовые возвратные потоки имеют одинаковую реальную стоимость, т.е.

$$X_{EK}^{44} = X_{KE}^{44}, \quad X_{KQ}^{44} = X_{QK}^{44}, \quad X_{KR}^{44} = X_{RK}^{44}, \quad X_{KS}^{44} = X_{SK}^{44}.$$

12. Считаем, что поставочные потоки для основной деятельности полностью перерабатываются, т.е.

$$Y_{KQ}^{66} = X_{Q\leftrightarrow}^{66}, \quad Y_{KR}^{66} = X_{R\leftrightarrow}^{77}, \quad Y_{KS}^{66} = X_{S\leftrightarrow}^{88}.$$

Следовательно, полные поставочные потоки приобретают следующий вид:

$$X_{KQ}^{66} = X_{Q\leftrightarrow}^{66} + E_{KQ}^{66}, \quad X_{KR}^{66} = X_{R\leftrightarrow}^{77} + E_{KR}^{66}, \quad X_{KS}^{66} = X_{S\leftrightarrow}^{88} + E_{KS}^{66}.$$

13. Не равноценный обмен между системами К+Q, R и S происходит путём передачи вышестоящей системе **полезного** достояния, производимого нижестоящей системой, а также ранее изъятого у ещё более нижестоящей системы, и передачи нижестоящей системе **отходного** достояния, производимого вышестоящей системой, а также **предметного** достояния при отсутствии ещё более вышестоящей системы, а именно:

$$\begin{aligned} X_{Q\leftrightarrow}^{66} &= Z_{QK}^{66} + (X_{QR}^{77} - X_{RQ}^{77}), \\ X_{\infty R}^{77} + (X_{QR}^{77} - X_{RQ}^{77}) &= Z_{RK}^{66} + (X_{RS}^{88} - X_{SR}^{88}), \\ X_{\infty S}^{88} + (X_{RS}^{88} - X_{SR}^{88}) &= Z_{SK}^{66} + Y_{SK}^{66}. \end{aligned}$$

Это означает, что предметные потоки Y_{QK}^{66} и Y_{RK}^{66} отсутствуют (равны нулю), и поэтому выходные потоки имеют следующий вид:

$$X_{QK}^{66} = Z_{QK}^{66}, \quad X_{RK}^{66} = Z_{RK}^{66}, \quad X_{SK}^{66} = Y_{SK}^{66} + Z_{SK}^{66}.$$

14. Считаем, что изведённые потоки имеют следующий вид:

$$X_{K\infty}^{55} = X_{K\rightarrow}^{55}, \quad X_{Q\infty}^{66} = X_{Q\leftrightarrow}^{66} + X_{Q\rightarrow}^{66}, \\ X_{R\infty}^{77} = X_{R\leftrightarrow}^{77} + X_{R\rightarrow}^{77}, \quad X_{S\infty}^{88} = X_{S\leftrightarrow}^{88} + X_{S\rightarrow}^{88}.$$

15. Денежные действительные потоки $X_{KQ}^{55}, X_{KR}^{55}, X_{KS}^{55}$ передаются системой K системам Q, R, S для восполнения и расширения, для избавления от отходов, для оплаты труда и от-дельно системе S для внеуродового присвоения. Поэтому они разделяются на следующие составляющие:

$$X_{KQ}^{55} = E_{KQ}^{55} + Z_{KQ}^{55} + X_{Q>}^{55}, \\ X_{KR}^{55} = E_{KR}^{55} + Z_{KR}^{55} + X_{R>}^{55}, \\ X_{KS}^{55} = E_{KS}^{55} + Z_{KS}^{55} + X_{S>}^{55} + X_{S>>}^{55}.$$

Денежные платные потоки $X_{OK}^{55}, X_{RK}^{55}, X_{SK}^{55}$ передаются системе K в обмен на полу-чение из K внутренне-приходного достояния для восполнения и расширения и для избавления от отходов. Поэтому они разделяются на следующие составляющие:

$$X_{OK}^{55} = E_{OK}^{55} + Z_{OK}^{55}, \\ X_{RK}^{55} = E_{RK}^{55} + Z_{RK}^{55}, \\ X_{SK}^{55} = E_{SK}^{55} + Z_{SK}^{55}.$$

Для указанных составляющих справедливы следующие равенства:

$$E_{KQ}^{55} = E_{OK}^{55} = E_{KQ}^{66}, \quad E_{KR}^{55} = E_{RK}^{55} = E_{KR}^{66}, \\ E_{KS}^{55} = E_{SK}^{55} = E_{KS}^{66}, \quad Z_{KQ}^{55} = Z_{OK}^{55} = -Z_{OK}^{66}, \\ Z_{KR}^{55} = Z_{RK}^{55} = -Z_{RK}^{66}, \quad Z_{KS}^{55} = Z_{SK}^{55} = -Z_{SK}^{66}.$$

Следовательно, между действительными и платными потоками имеется следующая связь:

$$X_{KQ}^{55} = X_{OK}^{55} + X_{Q>}^{55}, \\ X_{KR}^{55} = X_{RK}^{55} + X_{R>}^{55}, \\ X_{KS}^{55} = X_{SK}^{55} + X_{S>}^{55} + X_{S>>}^{55}.$$

16. Напомним, что *расходным потоком для основной деятельности* представляется в виде суммы

$$P_{KU}^{55} = Y_{KU}^{55} + Z_{KU}^{55}$$

17. Считаем, что расходные потоки для восполнения и расширения связаны следующим равенством:

$$E_{KU}^{55} = E_{KQ}^{55} + E_{KR}^{55} + E_{KS}^{55}.$$

18. Будем считать, что доходный поток выражается формулой

$$X_{UK}^{55} = a(X_{Q>}^{55} + X_{R>}^{55})^\alpha (W_Q^6)^\beta (N - (X_{Q>}^{55} + X_{R>}^{55})^\alpha (W_Q^6)^\beta).$$

ный) «капитал», называемому далее *расширенным трудо-капиталом пользовательной системы*. Производительный «труд» здесь выражается величиной $X_{Q>}^{55} + X_{R>}^{55}$ заработной платы субъектов пользовательной системы $K+Q$ и распорядительной системы R ; производительный «капитал» выражается величиной W_Q^6 достояния объектов системы Q . Отметим, что мы исходим из того, что субъекты распорядительной системы R осуществляют *производительный труд*, управляя (т.е. опосредованно пользуясь) объектами пользовательной системы $K+Q$, и *осуществляют не производительный труд*, пользуясь объектами распорядительной системы R .

В формуле дохода произведение $V(N-V)$, восходящее к Ферхюльсту, показывает, что доход зависит от величины трудо-капитала $V = (X_{Q>}^{55} + X_{R>}^{55})^\alpha (W_Q^6)^\beta$ и от числа $N > 0$, обозначающего *наибольшую предельно возможную величину дохода, связанную с ограниченной вместимостью среды для продукции артели*.

Эта зависимость имеет вид опущенной вниз параболы $V(K-V) = N^2/4 - (V - N/2)^2$, имеющей максимум при значении $V_0 = N/2$. Поэтому при малых значениях произведения V по мере его увеличения доход возрастает. Однако после достижения величины $V_0 = N/2$ дальнейшее увеличение произведения V приводит к убыванию дохода.

Такая параболическая зависимость имеет следующее содержательно обоснование. Если артель является коммерческой фирмой, то наращивание выпуска продукции может артель является не коммерческим учреждением, то затраты на увеличение достояния W_Q^6 и привести к уменьшению дохода в силу **ограниченности спроса** на эту продукцию. Если увеличение заработной платы $X_{Q>}^{55} + X_{R>}^{55}$ могут привести к уменьшению дохода в силу **ограниченности бюджетного финансирования**.

19. Будем считать, что расходный поток $P_{KU}^{55} + O_{KU}^{55}$ выражается формулой

$$P_{KU}^{55} + O_{KU}^{55} = b_1 (X_{Q>}^{55})^{\gamma_1} (W_Q^6)^{\delta_1} + b_2 (X_{R>}^{55})^{\gamma_2} (W_R^7)^{\delta_2} + b_3 (X_{S>}^{55})^{\gamma_3} (W_S^8)^{\delta_3}.$$

Здесь предполагается, что расходные потоки пользовательной, распорядительной и владательно-ведательной систем пропорциональны *трудо-капиталам* $(X_{Q>}^{55})^{\gamma_1} (W_Q^6)^{\delta_1}$, $(X_{R>}^{55})^{\gamma_2} (W_R^7)^{\delta_2}$, $(X_{S>}^{55})^{\gamma_3} (W_S^8)^{\delta_3}$ этих систем.

20. Будем считать, что износные потоки $X_{M\rightarrow}^{mm}$ в системах $M=K,Q,R,S$ прямо пропорциональны их остепенённым достояниям W_M^m , т.е. они имеют вид

$$X_{K\rightarrow}^{55} = e_0 (W_K^5)^{\varepsilon_0}, \quad X_{Q\rightarrow}^{66} = e_1 (W_Q^6)^{\varepsilon_1}, \\ X_{R\rightarrow}^{66} = e_2 (W_R^7)^{\varepsilon_2}, \quad X_{S\rightarrow}^{66} = e_3 (W_S^8)^{\varepsilon_3}.$$

Здесь $0 < e_i < 1$ и $\varepsilon_i > 0$ для всех i . Числа e_i показывают величину убывания основных достояний систем M за счёт износа, старения и расхищения. Числа ε_i показывают степень убывания основных достояний систем M . **Износные показатели** e_i и являются естественными характеристиками систем M на данном временном промежутке.

21. Напомним, что налоговый поток выражается формулой

$$T_{KD}^{55} = k_1 (X_{\Sigma\uparrow}^{55} - X_{\Sigma>}^{55}) + k_2 X_{\Sigma>}^{55}.$$

Здесь $X_{\Sigma>}^{55} = X_{Q>}^{55} + X_{R>}^{55} + X_{S>}^{55}$ является совокупным трудовым присвоением, $X_{\Sigma\uparrow}^{55} = X_{UK}^{55} - P_{KU}^{55} - O_{KU}^{55}$ является первичной прибылью, а $X_{\Sigma\uparrow}^{55} - X_{\Sigma>}^{55}$ является прибылью.

3.3. Система экономических уравнений артели

Применяя связи между потоками, получаем следующий вид системы эволюционных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{W}_K^5 &= (1 - k_1)(a(X_{Q>}^{55} + X_{R>}^{55})^\alpha (W_Q^6)^\beta (N \\ &- (X_{Q>}^{55} + X_{R>}^{55})^\alpha (W_Q^6)^\beta) - b_1(X_{Q>}^{55})^{\gamma_1} (W_Q^6)^{\delta_1} \\ &- b_2(X_{R>}^{55})^{\gamma_2} (W_R^7)^{\delta_2} - b_3(X_{S>}^{55})^{\gamma_3} (W_S^8)^{\delta_3} \\ &- (1 - k_1 + k_2)(X_{Q>}^{55} + X_{R>}^{55} + X_{S>}^{55}) \\ &- X_{S>}^{55} - E_{KQ}^{55} - E_{KR}^{55} - E_{KS}^{55} - e_0(W_K^5)^{\varepsilon_0} \\ \dot{W}_Q^6(t) &= E_{KQ}^{55} - e_1(W_Q^6)^{\varepsilon_1}, \\ \dot{W}_R^7 &= E_{KR}^{55} - e_2(W_R^7)^{\varepsilon_2}, \\ \dot{W}_S^8 &= E_{KS}^{55} - e_3(W_S^8)^{\varepsilon_3}. \end{aligned}$$

Здесь $N > 0$, $\varepsilon_i > 0$, $a, b > 0$, $0 < e_i < 1$. Правые части остальных уравнений оказались равными нулю.

Эту систему можно назвать системой экономических уравнений артели.

3.4. Оптимизационная задача для системы экономических уравнений артели

В полученной выше системе экономических уравнений параметры $X_{Q>}^{55}(t), X_{R>}^{55}(t), X_{S>}^{55}(t), X_{S>}^{55}(t), E_{KQ}^{55}(t), E_{KR}^{55}(t), E_{KS}^{55}(t)$ являются управлениями.

Поэтому владетельно-ведательная система артели должна решать **оптимизационную задачу** на выбор оптимизирующих управлений в системе экономических уравнений в соответствии с поставленными целями на временном промежутке $[t_0, T]$. При этом оптимизирующие управления должны быть ограничены как снизу, так и сверху следующими числовыми неравенствами:

$$\begin{aligned} (X_{Q>}^{55})_0 &\leq X_{Q>}^{55} \leq (X_{Q>}^{55})_1, (X_{R>}^{55})_0 \leq X_{R>}^{55} \leq (X_{R>}^{55})_1, \\ (X_{S>}^{55})_0 &\leq X_{S>}^{55} \leq (X_{S>}^{55})_1, (X_{S>}^{55})_0 \leq X_{S>}^{55} \leq (X_{S>}^{55})_1, \\ (E_{KQ}^{55})_0 &\leq E_{KQ}^{55} \leq (E_{KQ}^{55})_1, (E_{KR}^{55})_0 \leq E_{KR}^{55} \leq (E_{KR}^{55})_1, \\ (E_{KS}^{55})_0 &\leq E_{KS}^{55} \leq (E_{KS}^{55})_1. \end{aligned}$$

Например, возможной целью может быть **достижение к моменту времени T относительно начального момента времени t_0 наибольшего значения целевой функции *наживы и предусмотрительности***

$$\Phi(t) = l_0(W_K^5(t) - W_K^5(t_0)) + l_1(W_Q^6(t) - W_Q^6(t_0))$$

$$\begin{aligned}
& + l_2(W_R^7(t) - W_R^7(t_0)) + l_3(W_S^8(t) - W_S^8(t_0)) + l_4 \int_{t_0}^t X_{Q^-}^{55}(s) ds \\
& + l_5 \int_{t_0}^t X_{R^-}^{55}(s) ds + l_6 \int_{t_0}^t X_{S^-}^{55}(s) ds + l_7 \int_{t_0}^t X_{S^>}^{55}(s) ds.
\end{aligned}$$

Формально это можно записать в виде $\Phi(T) \rightarrow \max$.

Здесь **весовые коэффициенты** l_i являются неотрицательными числами. Они отражают предпочтения владельцев-ведателей относительно важности указанных слагаемых. В этой целевой функции интегральные слагаемые отражают интересы пользователей, распорядителей и особенно владельцев-ведателей в получении как можно большего трудового и внетрудового вознаграждения в течение всего временного промежутка $[t_0, T]$, а неинтегральные разности отражают интересы владельцев-ведателей в возможно большем приращении главных достояний артели к конечному моменту времени T . Поэтому максимизация $\Phi(T) \rightarrow \max$ отражает сочетание **противоположных** интересов наживы и предусмотрительности.

Поскольку система экономических уравнений артели является сложной, естественно её решать в более простых случаях.

3.5. Упрощенная система экономических уравнений артели

Рассмотрим упрощённый вариант этой системы.

$$\begin{aligned}
& \dot{W}_K^5 = (1 - k_1)(a(X_{Q^-}^{55} + X_{R^-}^{55})W_Q^6 - (X_{Q^-}^{55} + X_{R^-}^{55})W_Q^6) \\
& - b_1 X_{Q^-}^{55} W_Q^6 - b_2 X_{R^-}^{55} W_R^7 - b_3 X_{S^-}^{55} W_S^8) \\
1) & - (1 - k_1 + k_2)(X_{Q^-}^{55} + X_{R^-}^{55} + X_{S^-}^{55}) \\
& - X_{S^>}^{55} - E_{KQ}^{55} - E_{KR}^{55} - E_{KS}^{55} - e_0 W_K^5 \\
2) & \dot{W}_Q^6 = E_{KQ}^{55} - e_1 W_Q^6 \\
3) & \dot{W}_R^7 = E_{KR}^{55} - e_2 W_R^7 \\
4) & \dot{W}_S^8 = E_{KS}^{55} - e_3 W_S^8.
\end{aligned}$$

Здесь $N > 0$, $a, b > 0$, $0 < e_i < 1$.

На управления накладываются следующие ограничения:

$$\begin{aligned}
& (X_{Q^-}^{55})_0 \leq X_{Q^-}^{55} \leq (X_{Q^-}^{55})_1, \quad (X_{R^-}^{55})_0 \leq X_{R^-}^{55} \leq (X_{R^-}^{55})_1, \\
& (X_{S^-}^{55})_0 \leq X_{S^-}^{55} \leq (X_{S^-}^{55})_1, \quad (X_{S^>}^{55})_0 \leq X_{S^>}^{55} \leq (X_{S^>}^{55})_1, \\
& (E_{KQ}^{55})_0 \leq E_{KQ}^{55} \leq (E_{KQ}^{55})_1, \quad (E_{KR}^{55})_0 \leq E_{KR}^{55} \leq (E_{KR}^{55})_1, \\
& (E_{KS}^{55})_0 \leq E_{KS}^{55} \leq (E_{KS}^{55})_1.
\end{aligned}$$

Эту систему можно назвать **упрощённой системой экономических уравнений артели**.

Интерес представляет нахождение оптимального решения последней системы при следующих числовых данных:

$$T=1000, t_0=0, N=100000, a=3.2 \cdot 10^{-7}, b=0.04, c=1, k_1=0.2, k_2=0.34, e_1=0.02, e_2=e_3=0.005,$$

$$\begin{aligned}
l_0 = \dots = l_7 = 1/8, \quad W_K^5(0) = 100, \quad W_Q^6(0) = 1000, \quad W_R^7(0) = 50, \quad W_S^8(0) = 10, \quad (X_{Q^-}^{55})_0 = 0, \\
(X_{Q^-}^{55})_1 = 100, \quad (X_{R^-}^{55})_0 = 0, \quad (X_{R^-}^{55})_1 = 3, \quad (X_{S^-}^{55})_0 = 0, \quad (X_{S^-}^{55})_1 = 5, \quad (X_{S^-}^{55})_0 = 0, \\
(X_{S^-}^{55})_1 = 300, \quad (E_{KQ}^{55})_0 = 0, \quad (E_{KQ}^{55})_1 = 100, \quad (E_{KR}^{55})_0 = 0, \quad (E_{KR}^{55})_1 = 1, \quad (E_{KS}^{55})_0 = 0, \\
(E_{KS}^{55})_1 = 0.2.
\end{aligned}$$

3.6. Различные управляющие стратегии

Поскольку поставленная оптимизационная задача является сложной, естественно вначале просто решать систему экономических уравнений артели при различных *управляющих стратегиях*, т.е. при различных наборах функциональных управлений $X_{Q^-}^{55}, X_{R^-}^{55}, X_{S^-}^{55}, X_{S^-}^{55}, E_{KQ}^{55}, E_{KR}^{55}, E_{KS}^{55}$.

Стратегию сохранения зададим посредством управлений $X_{Q^-}^{55}(t) = 50, X_{R^-}^{55}(t) = 1, X_{S^-}^{55}(t) = 1, X_{S^-}^{55}(t) = 50, E_{KQ}^{55}(t) = 30, E_{KR}^{55}(t) = 0.3, E_{KS}^{55}(t) = 0.06$.

Стратегию подъёма (предусмотрительности) зададим посредством управлений $X_{Q^-}^{55}(t) = 50 + 8 \lg(1+t), X_{R^-}^{55}(t) = 1, X_{S^-}^{55}(t) = 1, X_{S^-}^{55}(t) = 50, E_{KQ}^{55}(t) = 30 + 5 \lg(1+t), E_{KR}^{55}(t) = 0.3, E_{KS}^{55}(t) = 0.06$.

Стратегию упадка (наживы) зададим посредством управлений $X_{Q^-}^{55}(t) = 50, X_{R^-}^{55}(t) = 1 + 0.15 \lg(1+t), X_{S^-}^{55}(t) = 1 + 0.15 \lg(1+t), X_{S^-}^{55}(t) = 50 + 8 \lg(1+t), E_{KQ}^{55}(t) = 30, E_{KR}^{55}(t) = 0.3 + 0.05 \lg(1+t), E_{KS}^{55}(t) = 0.06 + 0.01 \lg(1+t)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Губарь О.В., Захаров В.К. Номология как преодоление экономикоцентризма. – Ростов-на-Дону: РГЭУ «РИНХ». 2006.
2. Захаров В.К. К вопросу о денежном оценивании реальной стоимости // Россия как цивилизация денег. – М.; Волгоград: Волгоградское научное издательство, 2008. С. 266-269.
3. Захаров В.К. Деньги как средство государственного и межгосударственного управления. Об одной модели кризисов // Всероссийская научная конференция «Национальная безопасность: научное и государственное управленческое содержание» (4 декабря 2009г.). Материалы. – М.: Научный эксперт, 2010. С. 523-537.
4. Захаров В.К. Финансово-кризисные способы государственного и межгосударственного управления // Национальные интересы: приоритеты и безопасность. 2010. № 11. С. 9-16.
5. Захаров В.К. Управление государством в широком смысле посредством денег // Четвёртая международная конференция “Управление развитием крупномасштабных систем” (4-6 октября 2010г.). Материалы. Том I. – М.: ИПУ РАН, 2010. С. 265-268.
6. Захаров В.К. Номология. Устройство и направление человеческой деятельности. – М.: МГППУ, 2011.
7. Захаров В.К. Об одной задаче оптимального управления в модели государства-страны // Пятая международная конференция “Управление развитием крупномасштабных систем” (3-5 октября 2011г.). Материалы. Том 2. – М.: ИПУ РАН, 2011. С. 223-225.
8. Захаров В.К., Губарь О.В. Об архетипе денежного оценивания значимости обращающихся достояний // Учёные записки РГЭУ «РИНХ». Ростов-на-Дону, 2007. Вып.13. С.177-183.
9. Захаров В.К., Губарь О.В., Яшин А.Д. Модель организаций, основанных на собственности // 15 Международная конференция «Математика. Компьютер. Образование» (28 января - 2 февраля 2008г.). Тезисы. – М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2008. С.254.
10. Захаров В.К., Голикова Е.И. Невидимая роль денег в координации экономических и общественных интересов // Проблемы теории и практики управления. 2009. № 1. С. 43-51.
11. Захаров В.К., Голикова Е.И. Невидимая роль денег в межгосударственном управлении // Проблемы теории и практики управления. 2009. № 6. С. 66-72.
12. Захаров В.К., Голикова Е.И. Деньги как средство управления // Финансы и кредит. 2009. № 21. С. 8-16.
13. Захаров В.К., Голикова Е.И. Кризисные способы изъятия содержательного достояния в условиях глобальной рецессии // Общество, государство, политика, 2009. № 2. С.60-72.
14. Захаров В.К., Голикова Е.И. Деньги как средство управления кризисами // Финансы и кредит. 2010. № 10. С. 2-11.
15. Захаров В.К., Кузенков О.А. Задача оптимального управления в модели государства-страны // V Международная школа-симпозиум АМУР-2011 «Анализ, моделирование, управление, развитие экономических систем» (12-18 сентября 2011г.). Труды. – Симферополь, 2011. С. 136-141.
16. Захаров В.К., Кузенков О.А. Оптимальное управление в модели государства // Моделирование и анализ данных. 2011. № 1. С. 55-75.
17. Захаров В.К. Яшин А.Д. Стоимость обращающихся достояний в рамках математической модели государства // Международная конференция «Математика. Компьютер. образова-

- ние». Сборник научных трудов. Т.1. – М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2007. С.177-185.
18. Захаров В.К., Яшин А.Д. Артель как математическая модель организаций, основанных на собственности // Международная конференция «Математическое моделирование в образовании, науке и производстве» (3-6 июня 2007г.). Тезисы докладов. – Тирасполь: ПрГУ. 2007. С.134-135.
 19. Колодня Г.В. Сквозь призму практики: неоинституциональная теория фирмы: – М.: Издательский дом «Финансы и кредит», 2007.
 20. Мильнер Б.З. Теория организации. – М.: ИНФРА-М, 1999.
 21. Перов А.В., Толкушкин А.В. Налоги и налогообложение. – М.: Юрайт-Издат, 2004.

Работа поступила 08.02.2012